

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
электроники, фотоники и  
молекулярной физики  
А.С. Батурин**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Низкоразмерные электронные системы
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика перспективных технологий: электроника и квантовые технологии Физтех-школа Электроники, Фотоники и Молекулярной Физики кафедра электроники
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.А. Заболотных, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры электроники 12.02.2024

## Аннотация

Курс посвящен изучению современных представлений о физических процессах, явлениях и закономерностях физики твердого тела с точки зрения электронных свойств и зонной теории. Вначале рассматриваются методы расчета электронного спектра, включая метод эффективной массы Кона-Латтинжера и приближение сильной связи в рамках вторичного квантования на периодической решетке. Особое внимание уделено актуальным топологическим явлениям в конденсированных средах, в частности, рассматриваются модель полиацетилена Su-Schrieffer-Heeger, черновские изоляторы, Квантовый эффект Холла, Z2 топологические изоляторы, а также дано представление о вейлевских и дираковских полуметаллах.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- изучение актуальных физических вопросов электронных свойств твердых тел.

#### Задачи дисциплины

- изучение методов расчетов электронного спектра кристаллов;
- изучение поверхностных состояний;
- изучение топологических явлений в физике твердого тела.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- методы расчета электронных свойств твердых тел;
- основные топологические свойства кристаллов.

уметь:

- находить электронные спектры кристаллов в простейших приближениях;
- определять основные топологических характеристики зонного спектра.

владеть:

- базовыми теоретическими моделями и методами расчета электронных свойств кристаллов, включая поверхностные свойства.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Кристаллическая решетка и симметрии	2	2		3
2	Методы расчета зонной структуры	8	8		12
3	Основы общей топологии	2	2		3
4	Топологические изоляторы в 1D	4	4		6
5	Черновские изоляторы	6	6		9
6	Топологические изоляторы Z <sub>2</sub>	4	4		6
7	Топологические полуметаллы и другие вопросы	4	4		6
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

###### 1. Кристаллическая решетка и симметрии

Теорема Блоха. Обратная решетка. Квазиимпульс. Зона Бриллюэна. Зонная структура. Металлы, диэлектрики, полупроводники и полуметаллы. Плотность состояний. Статистика носителей зарядов. Обращение времени и теорема Крамерса

###### 2. Методы расчета зонной структуры

Приближение сильной связи в «первичном квантовании». 1D цепочка атомов. Кр-метод (метод эффективной массы Кона-Латтинжера) для расчёта зонной структуры. Зонная структура наиболее известных полупроводников (кремний, германий, GaAs). Математический аппарат вторичного квантования для описания электронов в кристаллических решётках в приближении сильной связи. Примеры: моно- и диатомная 1D цепочка атомов, графен. Поверхностные и краевые состояния.

###### 3. Основы общей топологии

Топологические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Топологические инварианты и простейшие примеры. Эйлерова характеристика. Гомотопии. Основные представления о накрытиях и расслоениях топологических пространств

###### 4. Топологические изоляторы в 1D

Модель полиацетиллена (1D цепочка атомов Su-Schrieffer-Heeger). Намотка. «Киральная» симметрия. «Солитоны» и краевые состояния, их устойчивость.

## 5. Черновские изоляторы

Фаза Берри и её связь с зарядовой поляризацией. Черновские изоляторы. Модель Халдейна. Представление о квантовом эффекте Холла и TKNN инварианте. Краевые состояния и их устойчивость.

## 6. Топологические изоляторы $Z_2$

Основные сведения о  $Z_2$  топологической классификации кристаллов. Модель Bernevig-Hughes-Zhang. Краевые состояния в топологических изоляторах и принцип соответствия "объем-граница".

## 7. Топологические полуметаллы и другие вопросы

Представление о вейлевских и дираковских полуметаллах. Различные примеры топологических классификаций физических систем: нематические жидкие кристаллы, вихри в ферромагнетике с легкой плоскостью, дислокации в кристаллах, топология Ферми-поверхности и её устойчивость.

# 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, меловой или маркерной доской.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

Литература выдается на базовой кафедре:

1. Н. Ашкрофт, Н. Мермин «Физика твердого тела». Том 1. М.: Мир, 1979
2. В.Г. Болтянский, В.А. Ефремович «Наглядная топология». Издательство М: Наука. 1983.

### Дополнительная литература

Литература выдается на базовой кафедре:

1. Bernevig B.A., Hughes T.L. «Topological Insulators and Topological Superconductors». Princeton university press, 2013.
2. S.-Q. Shen «Topological Insulators: Dirac Equation in Condensed Matters». Springer, 2012.
3. M. Nakahara «Geometry, Topology and Physics». IOP Publishing Ltd., 2003.

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Не предусмотрены

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика перспективных технологий: электроника и квантовые технологии Физтех-школа Электроники, Фотоники и Молекулярной Физики кафедра электроники
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	А.А. Заболотных, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Низкоразмерные электронные системы» обучающийся должен:

### знать:

- методы расчета электронных свойств твердых тел;
- основные топологические свойства кристаллов.

### уметь:

- находить электронные спектры кристаллов в простейших приближениях;
- определять основные топологических характеристики зонного спектра.

### владеть:

- базовыми теоретическими моделями и методами расчета электронных свойств кристаллов, включая поверхностные свойства.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В начале каждого занятия проводится краткий опрос по теме предыдущего занятия.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к экзамену:

1. Теорема Блоха. Обратная решетка. Квазиимпульс. Зона Бриллюэна.
2. Зонная структура металлов, диэлектриков, полупроводников и полуметаллов. Плотность состояний. Статистика носителей зарядов.
3. Обращение времени и теорема Крамерса.
4. Приближение сильной связи в «первичном квантовании». 1D цепочка атомов.

5. Кр-метод для расчёта зонной структуры. Зонная структура наиболее известных полупроводников.
6. Приближение сильной связи во вторичном квантовании для описания электронов в кристаллических решётках в приближении сильной связи. Примеры.
7. Таммовские состояния в модели Кронига-Пенни.
8. Топологические пространства. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм. Топологические инварианты и простейшие примеры.
9. Гомотопии. Основные представления о накрытиях и расслоениях топологических пространств.
10. Модель полиацетиленов. Намотка. «Киральная» симметрия.
11. «Солитоны» и краевые состояния в 1D цепочка атомов Su-Schrieffer-Heeger.
12. Фаза Берри и её связь с зарядовой поляризацией.
13. Черновские изоляторы. Модель Халдейна.
14. Квантовый эффект Холла и TKNN инвариант.
15. Краевые состояния в черновских изоляторах.
16. Z<sub>2</sub> топологическая классификация кристаллов.
17. Вейлевские и дираковские полуметаллы.

Примеры экзаменационных билетов.

Пример 1:

1. Таммовские состояния в модели Кронига-Пенни.
2. Обращение времени и теорема Крамерса.

Пример 2.:

1. Квантовый эффект Холла и TKNN инвариант
2. Приближение сильной связи во вторичном квантовании для описания электронов в кристаллических решётках в приближении сильной связи.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.



Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Оценка за семестр выставляется по результатам устного экзамена, проводимого по билетам. Опрос студента по билету не должен превышать 40 минут. Время на подготовку к ответу - 60 минут.