

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Основы математической теории управления техническими системами
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Современная механика и робототехника кафедра теоретической механики кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: В.А. Козьминых, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 09.04.2020

## Аннотация

Предлагаемый учебный курс ставит своей целью дать представление о возникновении и развитии теории автоматического управления сложными техническими системами. В качестве математических моделей таких систем используются обыкновенные дифференциальные уравнения (линейные и нелинейные). Для постановки и решения задач управления вводятся общепринятые термины - объект управления, управляющее устройство, обратная связь, фазовые координаты, управляющие функции, уравнения состояния объекта, расширенное фазовое пространство управляемой системы, функционал задачи. Все вводимые математические понятия иллюстрируются примерами реальных технических устройств. Для закрепления полученных знаний на лекциях решаются типовые задачи.

Для изучения данной дисциплины слушатели должны владеть математическими знаниями в объеме первых трех курсов технического университета (математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, основы теории функций комплексного переменного). При изложении лекционного материала соблюдается разумный компромисс между технической природой реальных задач управления и абстрактными моделями, и методами, характерными для современной теории управления. В помощь к изучению предмета библиотекой МФТИ предлагается большое количество литературы разной степени сложности, включая учебные пособия преподавателей МФТИ.

В результате изучения данного курса студенты смогут самостоятельно разработать математическую модель исследуемого управляемого объекта, выбрать адекватный алгоритм управления, исследовать точность и устойчивость полученной схемы, найти оптимальную программу управления. Не менее важным является приобретенное в процессе изучения научное мировоззрение, позволяющее увидеть законы и принципы теории управления во многих явлениях окружающей жизни, далеко выходящих за сферу технических устройств.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Предлагаемый учебный курс ставит своей целью дать представление о возникновении и развитии теории автоматического управления сложными техническими системами. Способствовать формированию базовых знаний по теории автоматического управления, оптимального управления для использования в областях и дисциплинах естественнонаучного профиля, формирование исследовательских навыков и способности применять знания на практике. Познакомить студентов с общепринятыми терминами - объект управления, управляющее устройство, обратная связь, фазовые координаты, управляющие функции, уравнения состояния объекта, расширенное фазовое пространство управляемой системы, функционал задачи.

### Задачи дисциплины

В результате изучения данного курса студенты смогут самостоятельно разработать математическую модель исследуемого управляемого объекта, выбрать адекватный алгоритм управления, исследовать точность и устойчивость полученной схемы, найти оптимальную программу управления. Не менее важным является приобретенное в процессе изучения научное мировоззрение, позволяющее увидеть законы и принципы теории управления во многих явлениях окружающей жизни, далеко выходящих за сферу технических устройств. Научить студентов на примерах и задачах исследовать системы с обратной связью, самостоятельно анализировать точность и устойчивость систем управления, составлять уравнения движения мобильных роботов, формировать цель управления в виде функционала, искать оптимальные траектории.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними

УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

общепринятые термины теории управления.

уметь:

решать тепловые задачи в теории управления.

владеть:

методами теории управления.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Исторические аспекты возникновения теории управления	2	2		3
2	Управление спуском КА в атмосфере планеты	2	2		5
3	Система управления с обратной связью	2	2		3
4	Свойства преобразования Лапласа	2	2		2
5	Типовые звенья как элементарные ячейки сложной системы управления	2	2		6
6	Следящая система	2	2		3
7	Устойчивость системы управления	2	2		2

8	Характеристический полином системы управления с отрицательной обратной связью	2	2		2
9	Структурная устойчивость систем управления	2	2		3
10	Описание многомерной линейной системы в пространстве состояний	2	2		3
11	Робастная система управления	2	2		3
12	Нелинейные элементы в системе управления	2	2		2
13	Постановка задачи оптимального управления	3	3		4
14	Решение задач по теме «Принцип максимума Л.С. Понтрягина»	3	3		4
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Исторические аспекты возникновения теории управления

Исторические аспекты возникновения теории управления. Регулятор Уатта. Задача о брахистохроне. Объект управления, фазовые координаты, управляющие функции, уравнения состояния объекта, управляющее устройство. Расширенное фазовое пространство управляемой системы. Способы задания цели управления. Функционал задачи.

##### 2. Управление спуском КА в атмосфере планеты

Управление спуском КА в атмосфере планеты как характерный пример задачи управления и как иллюстрация понятий, введённых в лекции 1. Замкнутые и разомкнутые системы управления. Программа управления, синтез управления. Обратная связь по координатам и по возмущениям. Оценка сложности задачи управления нелинейной системой. Аналитические подходы к решению линейных задач. Пример из экономической либо финансовой сферы.

##### 3. Система управления с обратной связью

Система управления с обратной связью и её математическое описание с помощью линейной системы дифференциальных уравнений. Звено системы управления и его описание с помощью линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Операторный подход Хевисайда, операторная передаточная функция звена, её использование для исследования устойчивости по входу. Характеристический многочлен. Математическая формализация подхода Хевисайда с помощью преобразования Лапласа. Основные положения операционного исчисления. Передаточная функция звена  $H(s)$ , матричная передаточная функция линейной системы, смысл элементов матричной передаточной функции. Передаточная функция системы управления при различных видах соединения звеньев: последовательном, параллельном, с обратной связью.

##### 4. Свойства преобразования Лапласа

Свойства преобразования Лапласа. Теорема единственности. Таблица изображений для ряда элементарных функций. Преобразование Лапласа для свёртки функций. Алгебра передаточных функций. Перенос точки съёма сигнала и точки суммирования сигналов с целью получить более простую эквивалентную схему. Отклик системы на стандартные воздействия: дельта-функцию, тета-функцию, гармоническое колебание. Весовая функция, переходная функция, амплитудно-фазовая характеристика. Связь между весовой и переходной функциями. Связь между передаточной функцией и амплитудно-фазовой характеристикой. Использование весовой функции для нахождения отклика системы на произвольное внешнее воздействие.

## 5. Типовые звенья как элементарные ячейки сложной системы управления

Типовые звенья как элементарные ячейки сложной системы управления. Получение уравнений типовых звеньев из общего вида линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Идеальный усилитель, интегрирующее звено, дифференцирующее звено, апериодическое звено. Примеры этих звеньев как реальных устройств. Построение для перечисленных типовых звеньев передаточных, весовых, переходных функций и амплитудно-фазовых характеристик. Интерпретация этих функций и характеристик для реальных типовых звеньев. Пример получения чистого интегратора из апериодического звена и идеального усилителя, объединённых положительной обратной связью.

## 6. Следящая система

Следящая система. Передаточные функции для ошибки по задающему воздействию и по возмущению. Исследование точности следящей системы. Различные подходы к синтезу инвариантной системы: увеличение коэффициента усиления, введение положительной обратной связи, введение корректирующих звеньев. Принципиальные сложности синтеза инвариантных систем при управлении по отклонению. Исследование точности следящей системы на больших интервалах времени и в предельном случае. Понятие о статической ошибке и устранение этой ошибки путём введения в контур управления интегрирующих звеньев. Астатические системы.

## 7. Устойчивость системы управления

Устойчивость системы управления по начальным данным и её устойчивость по входу. Ограниченность входного и выходного сигналов. Суждение об устойчивости системы по её весовой и передаточной функциям. Связь устойчивости системы с расположением корней характеристического полинома. Алгебраические и графические критерии устойчивости (необходимое условие, критерий Рауса-Гурвица, критерий Михайлова). Непрерывная зависимость корней полинома от его коэффициентов. Граница устойчивости в комплексной плоскости корней полинома и граница устойчивости в плоскости параметров системы. Метод Д-разбиения для нахождения областей устойчивости в плоскости параметров. Пример использования метода Д-разбиения.

## 8. Характеристический полином системы управления с отрицательной обратной связью

Характеристический полином системы управления с отрицательной обратной связью. Графический метод исследования устойчивости замкнутой системы управления. Суждение об устойчивости замкнутой системы по амплитудно-фазовой частотной характеристике разомкнутой системы (критерий Найквиста). Использование АФЧ-характеристик для анализа устойчивости сложных систем при отсутствии их точной математической модели.

## 9. Структурная устойчивость систем управления

Структурная устойчивость систем управления. Пример системы с двойным интегратором и аperiodическим звеном. Пример системы с одним интегратором и неустойчивым звеном. Локальная обратная связь как один из способов изменения структуры системы управления и устранения структурной неустойчивости. Переход от операторного описания систем управления к их описанию в пространстве состояний (алгоритм). Обобщение линейной системы управления на случай векторного входа и векторного выхода. Матричная передаточная функция. Весовая функция, переходная функция, характеристический полином для многомерной линейной системы управления общего вида.

#### 10. Описание многомерной линейной системы в пространстве состояний

Описание многомерной линейной системы в пространстве состояний. Свойства управляемости и наблюдаемости линейных систем. Необходимые и достаточные условия управляемости и наблюдаемости. Программное управление и синтезирующее управление (управление с обратной связью).

#### 11. Робастная система управления

Робастная система управления, как система, сохраняющая свои основные свойства при некотором изменении её параметров. Робастная устойчивость линейных систем. Теорема Харитонова о робастной устойчивости полинома с независимыми коэффициентами.

#### 12. Нелинейные элементы в системе управления

Нелинейные элементы в системе управления. Примеры нелинейных элементов и их характеристик. Характерные особенности нелинейных элементов - зона нечувствительности и участок неоднозначности (гистерезис). Метод фазовой плоскости при исследовании следящей системы с одним нелинейным элементом. Фазовый портрет, предельный цикл, автоколебание.

#### 13. Постановка задачи оптимального управления

Постановка задачи оптимального управления: система уравнений, начальные и краевые условия, ограничения на управление или допустимые управления, критерий оптимальности, заданный с помощью терминального функционала. Сведение интегрального функционала к терминальному. Простейшая задача оптимального управления. Сопряжённые переменные, функция Гамильтона-Понтрягина, сопряжённая система, условия трансверсальности. Принцип максимума Л.С. Понтрягина - необходимое условие оптимальности. Типичные задачи теории оптимального управления для механических систем. Описание условий старта и финиша траектории с помощью гиперповерхности в расширенном фазовом пространстве.

#### 14. Решение задач по теме «Принцип максимума Л.С. Понтрягина»

Решение задач по теме «Принцип максимума Л.С. Понтрягина»: максимальное отклонение гармонического осциллятора под действием ограниченной по модулю силы, наибо́льший разворот твёрдого тела под действием ограниченного по модулю момента.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Основы теории управления [Текст]/А. И. Егоров, -М., Физматлит, 2004, 2007
2. Теория автоматического управления [Текст] : в 2 т. : учеб. пособие для вузов : доп. М-вом образования Рос. Федерации. Т. 2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Д. П. Ким .— М. : Физматлит, 2004 .— 464 с.

3. Математические модели линейных объектов управления [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. В. Митришкин ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2014 .— 280 с.
4. Курс теории автоматического управления [Текст] : учебное пособие / А. А. Первозванский .— М. : Наука, 1986 .— 615 с.
5. Робастная устойчивость и управление [Текст]/Б. Т. Поляк, П. С. Щербаков , -М., Наука, 2002
6. Основы теории автоматических систем [Текст] : учебное пособие / Я. З. Цыпкин .— М. : Наука, 1977 .— 559 с.
7. Автоматическое управление [Текст] : учеб. пособие для вузов / Я. Н. Ройтенберг .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1978 .— 552 с.

#### Дополнительная литература

1. Теория управления движением [Текст], линейные системы/Н. Н. Красовский, -М., Наука, 1968
2. Теория управления и биосистемы [Текст], анализ сохранных свойств/В. Н. Новосельцев, -М., Наука, 1978

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук

[https://mipt.ru/education/chair/theoretical\\_mechanics/](https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/) - сайт кафедры теоретической механики МФТИ

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также программные пакеты Wolfram Mathematica и Matlab.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях,
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Современная механика и робототехника кафедра теоретической механики кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	В.А. Козьминых, канд. физ.-мат. наук, доцент



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Основы математической теории управления техническими системами» обучающийся должен:

### знать:

общепринятые термины теории управления.

### уметь:

решать тепловые задачи в теории управления.

### владеть:

методами теории управления.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Поставить задачу мягкой стыковки первого корабля с пассивным вторым с минимальным расходом топлива.
2. Поставить задачу маневра первого корабля мимо пассивного второго с возвращением на исходную орбиту за минимальное время.
3. Описать задачу облета первого корабля вокруг пассивного второго.
4. Сформулировать задачу совместного маневра мягкой стыковки кораблей.
5. Описать гомановский переход (оптимальный переход).

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Два космических корабля, с заданными массами и двигателями управляемого направления и ограниченной тяги, пассивно движутся в поле тяготения Земли по различным лежащим в одной плоскости, или совпадающим круговым орбитам (можно выбрать). Расход топлива пропорционален величине тяги. Изменением массы кораблей при работе двигателей пренебречь.

1.1. Решить задачу мягкой стыковки первого корабля с пассивным вторым с минимальным расходом топлива.

1.2. Решить задачу близкого пролета первого корабля мимо пассивного второго с возвращением на исходную орбиту за минимальное время.

1.3. Решить задачу совместного маневра срочной встречи кораблей (жесткая стыковка).

1.4. Решить задачу совместного маневра мягкой стыковки кораблей с минимальным расходом суммарного топлива.

1.5. Решить пространственную задачу перевода корабля с круговой меридианальной орбиты на круговую экваториальную орбиту с минимальным расходом топлива

Пример билета:

1. Поставить задачу стыковки двух кораблей

2. Поставить задачу оптимального расхода топлива

### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.