

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Введение в методы возмущений для гамильтоновых систем
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Современная механика и робототехника кафедра теоретической механики кафедра теоретической механики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: А.Б. Батхин, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 09.04.2020

Аннотация

Большая часть задач теоретической механики не допускает точного решения, но зачастую неинтегрируемая задача может быть представлена в виде возмущения задачи, допускающей точное решение. Методы теории возмущений доказали свою эффективность, но их успешное применение требует учёта специфики исходной задачи. В курсе будет дан обзор асимптотических методов решений систем Гамильтона. Вначале рассматривается общая концепция метода малого параметра для алгебраических и дифференциальных уравнений. Показывается, что прямое построение формального решения в виде ряда по малому параметру приводит к быстрым расходимостям решения. Основное внимание будет уделено рассмотрению методов асимптотического интегрирования систем Гамильтона в окрестности положения равновесия или периодического решения. Подробно обсуждается метод нормальной формы Пуанкаре для общих систем ОДУ, затем для систем Гамильтона. Рассматриваются различные методы нормализации: осреднения, Биргофа, Депри-Хори, инвариантной нормализации Журавлева. Обсуждаются вопросы сходимости нормализующего преобразования. Рассматривается реализация методов нормализации с использованием современных систем компьютерной алгебры.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Познакомить слушателей с асимптотическими методами интегрирования систем Гамильтона, к которым приводятся многие задачи аналитической и небесной механики. Дать представление о технике вычисления нормальной формы системы Гамильтона в окрестности положения равновесия или периодического решения.

Задачи дисциплины

Методы теории возмущений доказали свою эффективность, но их успешное применение требует учёта специфики исходной задачи. В курсе даётся обзор асимптотических методов решений систем Гамильтона, рассматривается общая концепция метода малого параметра для алгебраических и дифференциальных уравнений. Основное внимание уделяется рассмотрению методов асимптотического интегрирования систем Гамильтона в окрестности положения равновесия или периодического решения. Подробно обсуждается метод нормальной формы Пуанкаре для общих систем ОДУ, затем для систем Гамильтона.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов

ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
---	--

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

асимптотические методы решений систем Гамильтона.

уметь:

решать тепловые задачи в теории возмущений гамильтоновых систем.

владеть:

методами теории возмущений гамильтоновых систем.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Основные идеи метода малого параметра	3	3		5
2	Обзор методов устранения расходимостей	3	3		5
3	Обзор методов осреднения	3	3		5
4	Понятие нормальной формы Пуанкаре системы обыкновенных дифференциальных уравнений	4	4		5
5	Нормальная форма системы n ОДУ	3	3		5
6	Нормальная форма системы Гамильтона	4	4		5
7	Методы вычисления нормальной формы вблизи положения равновесия	3	3		5
8	Использование НФ для решения проблемы устойчивости положения равновесия	4	4		5
9	Нормальная форма вблизи периодического решения	3	3		5
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Основные идеи метода малого параметра

Основные идеи метода малого параметра. Виды возмущений: регулярные и сингулярные. Прямые разложения. Причины расходимости.

2. Обзор методов устранения расходимостей

Обзор методов устранения расходимостей: метод растянутых координат, метод многих масштабов, метод осреднения, метод нормальной формы.

3. Обзор методов осреднения

Обзор методов осреднения: метод Ван-дер-Поля, Крылова-Боголюбова-Митропольского, Цейделя.

4. Понятие нормальной формы Пуанкаре системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Понятие нормальной формы Пуанкаре системы обыкновенных дифференциальных уравнений вблизи положения равновесия. Случай двух уравнений. Элементарная особая точка. Теорема о нормальной форме (НФ). Классификация и интегрирование НФ. Понятие сходимости нормализующего преобразования.

5. Нормальная форма системы n ОДУ

Нормальная форма системы n ОДУ. Теорема Пуанкаре-Дюляка. Вычисление НФ. Интегрирование и классификация НФ. Аналитические интегральные множества. Связь НФ и метода осреднения.

6. Нормальная форма системы Гамильтона

Нормальная форма системы Гамильтона. Нормальная форма линейной системы. Нелинейная нормализация. Резонанс и понижение числа степеней свободы.

7. Методы вычисления нормальной формы вблизи положения равновесия

Методы вычисления нормальной формы вблизи положения равновесия: метод производящих функций, метод генератора Ли. Гомологическое уравнение и методы его решения: метод Депри-Хори, метод инвариантной нормализации Журавлева. Использование систем компьютерной алгебры для реализации процедуры нормализации системы Гамильтона.

8. Использование НФ для решения проблемы устойчивости положения равновесия

Использование НФ для решения проблемы устойчивости положения равновесия, исследования его бифуркации, проблемы локальной интегрируемости. Примеры применения НФ в некоторых задачах аналитической и небесной механики.

9. Нормальная форма вблизи периодического решения

Нормальная форма вблизи периодического решения. Линейная система Гамильтона и её приведение. Теория Флоке-Ляпунова. Понятие порождающего решения. Метод вычисления порождающих решений.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Методы возмущений [Текст]/А. Х. Найфэ , пер. с англ. А. А. Меликяна, А. А. Миронова , -М., Мир, 1976
2. Математические методы классической механики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / В. И. Арнольд .— 5-е изд., стереотип. — М. : Эдиториал УРСС, 2003 .— 416 с.
3. Классическая механика [Текст] / Г. Голдстейн ; пер. с англ. А. Н. Рубашова .— М. : Наука, 1975 .— 415 с.

Дополнительная литература

1. Теоретическая механика [Текст] : учеб. пособие для ун-ов / А. П. Маркеев .— М. : Наука, 1990 .— 415 с.
2. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука, 1978 .— 304 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
<http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук
https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics/ - сайт кафедры теоретической механики МФТИ

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также программные пакеты Wolfram Mathematica и Matlab.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях,
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Современная механика и робототехника кафедра теоретической механики кафедра теоретической механики
курс:	1
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
Разработчик:	А.Б. Батхин, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
УК-6 Способен определять и реализовывать приоритеты собственной деятельности и способы ее совершенствования на основе самооценки	УК-6.1 Умеет решать задачи собственного личностного и профессионального развития, определять и реализовывать приоритеты совершенствования собственной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в методы возмущений для гамильтоновых систем» обучающийся должен:

знать:

асимптотические методы решений систем Гамильтона.

уметь:

решать тепловые задачи в теории возмущений гамильтоновых систем.

владеть:

методами теории возмущений гамильтоновых систем.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры курсовых контрольных работ:

1. Для заданной системы Гамильтона вблизи устойчивого положения равновесия с 2-ми или 3-мя степенями свободы, вычислить НФ Биркгоффа при отсутствии резонансов. Найти поправки второго порядка к частотам линейных колебаний. Сравнить трудоемкость методов Депри-Хори и инвариантной нормализации.
2. Для заданной системы Гамильтона вблизи устойчивого положения равновесия с 2-ми или 3-мя степенями свободы, вычислить НФ при наличии резонанса 1:2 или 1:3 между двумя частотами. Выполнить асимптотическое интегрирование.
3. Для системы Гамильтона, зависящей от параметра, выполнить бифуркационный анализ положения равновесия, используя один из методов вычисления НФ.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Для заданной колебательной системы с одной степенью свободы и малым нелинейным полиномиальным возмущением найти первые члены прямого разложения. Оценить скорость расхождения решения.
2. Для заданной колебательной системы с одной степенью свободы и малым нелинейным полиномиальным возмущением найти поправку первого приближения с использованием метода осреднения, метода многих масштабов и метода нормальной формы.
3. Для заданных систем ОДУ с двумя уравнениями вычислить нормальные формы лишь до членов, определяющих характер интегральных кривых, и определить расположение интегральных кривых.
4. Найти нормальную форму системы 2-х или 3-х ОДУ с квадратичной нелинейностью в случаях: а) простых собственных чисел (СЧ), б) полупростых СЧ, в) нулевых СЧ, г) чисто мнимых СЧ.
5. Рассмотреть систему Гамильтона с двумя степенями свободы в случае вещественных СЧ, чисто мнимых СЧ, пары вещественных и пары чисто мнимых СЧ, комплексных СЧ. В каждом из случаев построить соответствующую линейную НФ.

Пример билета:

1. Для заданной колебательной системы с одной степенью свободы и малым нелинейным полиномиальным возмущением найти первые члены прямого разложения. Оценить скорость расхождения решения.
2. Для заданной колебательной системы с одной степенью свободы и малым нелинейным полиномиальным возмущением найти поправку первого приближения с использованием метода осреднения, метода многих масштабов и метода нормальной формы.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.