

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор института**

**М.А. Кудров**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Компьютерное моделирование гидродинамических систем
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 30 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составили:

А.В. Волков, д-р физ.-мат. наук, доцент

И.С. Босняков, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры компьютерного моделирования 04.04.2023

## Аннотация

В курсе производится знакомство студентов с методами высокого порядка точности для решения задач вычислительной аэродинамики. Рассматриваются постановки задач для дифференциальных уравнений второго порядка, характерные для задач аэродинамики. Приводятся численные схемы для их решения, обладающие высоким порядком точности по пространству и по времени, а так же позволяющие ускорить скорость получения и точность получаемых решений. Анализируются достоинства и недостатки методов конечных разностей, конечного объема и конечного элемента. Рассматриваются основные подходы к решению систем сеточных уравнений.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

-расширение кругозора студентов в области решения задач высокоэффективными методами численного моделирования внешней и внутренней аэродинамики и формирование способности выбрать метод для решения задачи в области вычислительной аэродинамики.

#### Задачи дисциплины

- формирование основных знаний в области применения высокопроизводительных вычислительных комплексов различной архитектуры на основе курсов информатики, операционных систем, языков программирования и курсов вычислительной математики для обеспечения технологических основ математического моделирования в современных инновационных сферах деятельности;
- обучение студентов принципам создания эффективных параллельных алгоритмов и программ, анализа существующих программ и алгоритмов на параллельность; знакомство с основными методами и принципами параллельного программирования, основными технологиями параллельного программирования;
- формирование подходов к выполнению исследований студентами в области параллельных вычислений и математического моделирования с использованием современных технологий и программных средств параллельного программирования в рамках выпускных работ на степень бакалавра.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия механики жидкости и газа;
- модели и методы классической аэродинамики;
- синтаксис языка программирования Python;
- методы расчета аэродинамических характеристик двумерных объектов.

уметь:

- оценивать асимптотическую сложность используемых алгоритмов и выбирать оптимальные алгоритмы для современных программ;
- анализировать последовательные программы для выявления возможности их распараллеливания;
- оценивать эффективность работы распараллеленных программ;
- выбирать эффективные численные методы для поставленных задач математического моделирования.

владеть:

- навыками программирования моделей и представления результатов исследований;
- навыками работы с библиотеками научных вычислений (NumPy, SciPy, SimPy) и средствами визуализации (Matplotlib).

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение			2	5
2	Аппроксимация уравнений разностной схемой			3	5
3	Разбиение области определения задачи на ячейки			2	5
4	Конечно-разностные схемы на компактном шаблоне			2	5
5	Повышение порядка точности в рамках МКО			3	5
6	МКЭ высокого порядка точности			3	5
7	Аппроксимация потоков			2	5
8	Постановка граничных условий			2	5
9	Различные подходы интегрирования потоков			2	5
10	Явные методы интегрирования по времени			3	5
11	Методы решения сеточных уравнений			3	5
12	Индикатор ошибки ,суперсходимос			3	5
Итого часов				30	60
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

###### 1. Введение

Введение. Уравнения Навье-Стокса. Разделение потоков на конвективные и диффузионные. Уравнения переноса, теплопроводности, Хопфа.

## 2. Аппроксимация уравнений разностной схемой

Порядок аппроксимации и порядок точности. Метод Конечных Разностей (МКР), Метод Конечного Объёма (МКО), Метод Конечного Элемента (МКЭ). Схемы высокого порядка: преимущества и недостатки.

## 3. Разбиение области определения задачи на ячейки

Расчётные сетки: структурированные, неструктурированные; адаптивные; прямолинейные и криволинейные. Преобразование элементов: функции формы.

## 4. Конечно-разностные схемы на компактном шаблоне

Диссипативные свойства численной схемы.

## 5. Повышение порядка точности в рамках МКО

Подход WENO, EBR-WENO.

## 6. МКЭ высокого порядка точности

МКЭ высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса на неструктурированных сетках. Разрывный Метод Галёркина (РМГ), метод распределённой невязки (МРН), спектральные методы.

## 7. Аппроксимация потоков

Аппроксимация вязких и невязких потоков.

## 8. Постановка граничных условий

Постановка граничных условий для методов высокого порядка точности. Методы учёта кривизны обтекаемой границы.

## 9. Различные подходы интегрирования потоков

Квадратурный и бесквадратурные подходы интегрирования потоков.

## 10. Явные методы интегрирования по времени

Явные методы интегрирования по времени с высоким порядком: методы Рунге-Кутты, подход ADER

## 11. Методы решения сеточных уравнений

Методы решения сеточных уравнений. Неявный метод. GMRES.

## 12. Индикатор ошибки ,суперсходимость

Индикатор ошибки на основе сопряжённого решения, суперсходимость.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование: компьютер (ноутбук) и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Введение в вычислительную математику [Текст] : уч. пособие для вузов / В. С. Рябенский .— М. : Наука, 1994 .— 335 с.

### **Дополнительная литература**

1. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений [ Текст ]/А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов, -М., ФИЗМАТЛИТ, 2012

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Информационные ресурсы: <http://www.intuit.ru/>, <http://www.parallels.ru/>, [www.hpc-education.ru/](http://www.hpc-education.ru/), электронные конспекты лекций, учебные пособия и сборники задач, разработанные для данного курса.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

- текстовый редактор
- компилятор gcc или аналог
- построитель графиков gnuplot или аналог

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину "Компьютерное моделирование гидродинамических систем", должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций. Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

#### Разработчики:

А.В. Волков, д-р физ.-мат. наук, доцент  
И.С. Босняков, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Компьютерное моделирование гидродинамических систем» обучающийся должен:

### знать:

- основные понятия механики жидкости и газа;
- модели и методы классической аэродинамики;
- синтаксис языка программирования Python;
- методы расчета аэродинамических характеристик двумерных объектов.

### уметь:

- оценивать асимптотическую сложность используемых алгоритмов и выбирать оптимальные алгоритмы для современных программ;
- анализировать последовательные программы для выявления возможности их распараллеливания;
- оценивать эффективность работы распараллеленных программ;
- выбирать эффективные численные методы для поставленных задач математического моделирования.

### владеть:

- навыками программирования моделей и представления результатов исследований;
- навыками работы с библиотеками научных вычислений (NumPy, SciPy, SimPy) и средствами визуализации (Matplotlib).

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Схемы высокого порядка точности и их использование на анизотропно адаптивных неструктурированных расчётных сетках. Анализ эффективности использования схем высокого порядка точности при решении задач вычислительной аэродинамики.
2. Метод Конечных Разностей (МКР), Метод Конечного Объёма (МКО), Метод Конечного Элемента (МКЭ). Схемы высокого порядка точности (преимущества и недостатки).
3. Порядок аппроксимации и порядок точности численной схемы.
4. Типы сеток (структурированные, неструктурированные, адаптивные, криволинейные). Преобразование элементов
5. Диссипативные свойства элементарных разностных схем.
6. Метод Галёркина.
7. Метод WENO

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

- 1 Разрывный Метод Галёркина (РМГ), метод распределённой невязки (МРН), спектральные методы.

2. Аппроксимация вязких и невязких потоков.
3. Постановка граничных условий в МКЭ высокого порядка точности.
4. Квадратурный и безквадратурные подходы интегрирования потоков.
5. Методы решения сеточных уравнений конечно-элементной аппроксимации течений.
6. Подход ADER
7. Методы Рунге-Кутты. Неявные методы решения сеточных уравнений

Билет 1

Описать разрывный метод Галёркина

Билет 2

Объяснить суть постановки граничных условий в МКЭ

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

#### 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности



Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.