

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
аэрокосмических технологий  
С.С. Негодяев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Прикладная теория упругости
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра прочности летательных аппаратов
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Зачет

2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Г.Н. Замула, д-р техн. наук, профессор, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры прочности летательных аппаратов 04.06.2020

## Аннотация

Программа "Прикладная теория упругости" направлена на изучение прикладных методов и моделей теории упругости применительно к характерным для авиастроения тонкостенным каркасированным конструкциям из металлических и композиционных материалов. В курсе изучаются как континуальные (описываемые дифференциальными уравнениями), так и дискретные (сводящиеся к большим системам алгебраических уравнений) модели, а также современные схемы и примеры их решения. Отдельное внимание уделено теории пластин и оболочек, устойчивости, критериям и нелинейным задачам статической прочности, методу конечных элементов, термонапряженным конструкциям.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

изучение прикладных методов и моделей теории упругости применительно к характерным для авиастроения тонкостенным каркасированным конструкциям из металлических и композиционных материалов. В курсе изучаются как континуальные (описываемые дифференциальными уравнениями), так и дискретные (сводящиеся к большим системам алгебраических уравнений) модели, а также современные схемы и примеры их решения. Отдельное внимание уделено теории пластин и оболочек, устойчивости, критериям и нелинейным задачам статической прочности, методу конечных элементов, термонапряженным конструкциям.

#### Задачи дисциплины

- получение студентами теоретических знаний и практических навыков по их применению при исследованиях напряженно-деформированного состояния и устойчивости авиаконструкций;
- обучение умению правильно моделировать и решать конкретные проблемы, возникающие при проектировании ЛА;
- подготовка к разработкам и использованию современного программного обеспечения по прочности для ЭВМ;
- расширение и интегрирование полученных в области прикладной теории упругости знаний в общую систему профессиональных знаний студентов по прочности ЛА.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- континуальные и дискретные модели и методы прикладной теории упругости, в т. ч. для композитных и «горячих» конструкций.

уметь:

- использовать полученные знания при решении практических и новых задач, дальнейших исследованиях по развитию науки о прочности ЛА;
- правильно оценивать полученные результаты работ, предлагать инновационные и оптимальные решения.

владеть:

- навыками и методами решения задач ПТУ;
- навыками построения новых моделей и расчетных схем для конкретных авиаконструкций;
- опытом работы с новой информацией и литературой по дисциплине, в т. ч. на английском языке.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Предмет курса. Основные разделы. Его роль и связи с другими курсами.	2			
2	Основные понятия. Континуальные и дискретные модели прикладной теории упругости.	2			
3	Общий вид критериев прочности. Частные случаи.	2			
4	Общие уравнения устойчивости элементов.	2			
5	Формы и решения для устойчивости пластин и оболочек.	2			
6	Особенности разрушения композитных элементов.	2			
7	Классическая теория пластин. Гипотеза Кирхгофа-Лява.	4			
8	Элементы теории оболочек. Разновидности дифференциальных уравнений для оболочек.	4			15
9	Уравнения теории анизотропных и слоистых пластин.	4			
10	Понятие о методе редуцированных коэффициентов (МРК). Решение нелинейных задач о несущей способности тонкостенных конструкций по МРК.	4			
11	Использование континуальных моделей при проектировании крыла, фюзеляжа и оперения ЛА.	2			
12	Развитие численных методов решения задач прикладной теории упругости.	2			
13	Основные понятия о методах конечных элементов (МКЭ).	4			
14	Простейшие типы и семейства конечных элементов.	4			

15	Скалярные и нормальные координаты. Высокоточные и согласованные семейства КЭ Сирендинова и Лагранжева типа.	4			
16	Метод подконструкций и суперэлементов.	2			
17	Особенности больших СЛАУ. Прямые и итерационные методы их решения.	2			
18	Нелинейные дискретные модели.	2			15
19	Типовые расчетные схемы МКЭ при исследовании авиаконструкций.	2			
20	Уравнения прикладной термоупругости в континуальном и дискретном виде.	2			
21	Пластические деформации, термоползучесть и термоустойчивость неравномерно нагретых конструкций.	4			
22	Краткое подведение итогов прочитанного курса.	2			
Итого часов		60			30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Предмет курса. Основные разделы. Его роль и связи с другими курсами.

Предмет курса. Основные разделы. Его роль и связи с другими курсами. Требования к слушателям. Их специализация. Необходимая литература.

2. Основные понятия. Континуальные и дискретные модели прикладной теории упругости.

Основные понятия. Континуальные и дискретные модели прикладной теории упругости. Специфика тонкостенных авиаконструкций. Виды и роль расчетных методов. Многоуровневость напряженно-деформированного состояния. Главные гипотезы. Линейные и нелинейные модели. Виды нелинейностей.

3. Общий вид критериев прочности. Частные случаи.

Общий вид критериев прочности. Частные случаи. Особенности моделей и методов для композитных и термонапряженных конструкций. Учет концентраторов, соединений и комбинированного нагружения. Разрушение при сжатии и сдвиге. Устойчивость по Эйлеру.

4. Общие уравнения устойчивости элементов.

Общие уравнения устойчивости элементов. Решения для подкрепленной панели. Общая и местная потеря устойчивости.

5. Формы и решения для устойчивости пластин и оболочек.

Формы и решения для устойчивости пластин и оболочек. Учет пластических деформаций по Шенли. Понятие о закритическом деформировании.

## 6. Особенности разрушения композитных элементов.

Особенности разрушения композитных элементов. Критерии прочности КМ в напряжениях и деформациях. Влияние повреждений.

## 7. Классическая теория пластин. Гипотеза Кирхгофа-Лява.

Классическая теория пластин. Гипотеза Кирхгофа-Лява. Распространение на анизотропные и конструктивно-ортоотропные пластины. Частные случаи и примеры решения задач изгиба пластин.

## 8. Элементы теории оболочек. Разновидности дифференциальных уравнений для оболочек.

Элементы теории оболочек. Разновидности дифференциальных уравнений для оболочек. Безмоментные оболочки. Краевые эффекты. Решение для цилиндрической оболочки.

## 9. Уравнения теории анизотропных и слоистых пластин.

Уравнения теории анизотропных и слоистых пластин. Нелинейные уравнения Кармана. Их приближенные решения.

## 10. Понятие о методе редуционных коэффициентов (МРК). Решение нелинейных задач о несущей способности тонкостенных конструкций по МРК.

Понятие о методе редуционных коэффициентов (МРК). Решение нелинейных задач о несущей способности тонкостенных конструкций по МРК. Приближенные формулы Кармана и Маргерра для сжатых пластин. Теория Вагнера и Куна при сдвиге.

## 11. Использование континуальных моделей при проектировании крыла, фюзеляжа и оперения ЛА.

Описание использования континуальных моделей при проектировании крыла, фюзеляжа и оперения ЛА.

## Семестр: 2 (Весенний)

## 12. Развитие численных методов решения задач прикладной теории упругости.

Развитие численных методов решения задач прикладной теории упругости. Основные представления о сеточных методах, интегро-интерполяционном и вариационно-разностном подходах.

## 13. Основные понятия о методах конечных элементов (МКЭ).

Основные понятия о методах конечных элементов (МКЭ). Вывод основных соотношений МКЭ в матрично-векторной форме. Преимущества и условия сходимости метода.

## 14. Простейшие типы и семейства конечных элементов.

Простейшие типы и семейства конечных элементов. Моментные элементы. Примеры стержня, треугольника и балки.

## 15. Скалярные и нормальные координаты. Высокоточные и согласованные семейства КЭ Сирендинова и Лагранжева типа.

Скалярные и нормальные координаты. Высокоточные и согласованные семейства КЭ Сирендинова и Лагранжева типа. Изопараметрические конечные элементы. Преобразования координат.

## 16. Метод подконструкций и суперэлементов.

Описание метода подконструкций и суперэлементов. Редуцирование основной системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) МКЭ.

## 17. Особенности больших СЛАУ. Прямые и итерационные методы их решения.

Особенности больших СЛАУ. Прямые и итерационные методы их решения. Алгоритмы и требуемые ресурсы при реализации на ЭВМ. Точность решения.

## 18. Нелинейные дискретные модели.

Нелинейные дискретные модели. Методы решения. МКЭ в задачах устойчивости.

## 19. Типовые расчетные схемы МКЭ при исследовании авиаконструкций.

Типовые расчетные схемы МКЭ при исследовании авиаконструкций. Программное обеспечение.

## 20. Уравнения прикладной термоупругости в континуальном и дискретном виде.

Уравнения прикладной термоупругости в континуальном и дискретном виде. Методы определения температурных полей и напряжений.

## 21. Пластические деформации, термползучесть и термоустойчивость неравномерно нагретых конструкций.

Пластические деформации, термползучесть и термоустойчивость неравномерно нагретых конструкций. Численное решение уравнений теплопроводности и лучистого теплообмена. Особенности прочностного расчета термонапряженных элементов.

## 22. Краткое подведение итогов прочитанного курса.

Краткое подведение итогов прочитанного курса. Задачи и перспективы развития ПТУ. Консультация по содержанию курса и литературе.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Желательно наличие в аудитории компьютера с видеопроектором.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Прикладная теория упругости [Текст] = Applied elasticity/Ван Цзи - де , -М., Физматгиз, 1959
2. Теория тонких оболочек [Текст]/В. В. Новожилов, -Л., Судпромгиз, 1951
3. Устойчивость упругих систем [Текст]/А. С. Вольмир, -М., Физматлит, 1963
4. Механика тонкостенных конструкций. Статика [Текст]/В. Л. Бидерман, -М., Машиностроение, 1977

### Дополнительная литература

1. Механика конструкций из композиционных материалов [Текст], сборник трудов IV симпозиума по механике конструкций из композиционных материалов/отв. ред. Ю. В. Немировский , -Новосибирск, Наука, 1984
2. Прочность и устойчивость элементов тонкостенных конструкций [Текст], сборник статей/под ред. Е. Н. Тихомирова, -М., Машиностроение, 1967

**7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекциях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций и примеров, необходимо освоение комплекса программ NASTRAN.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину Прикладная теория упругости, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету и зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра прочности летательных аппаратов
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
1 (осенний) - Зачет	
2 (весенний) - Дифференцированный зачет	
<b>Разработчик:</b>	Г.Н. Замула, д-р техн. наук, профессор, профессор



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Прикладная теория упругости » обучающийся должен:

### знать:

- континуальные и дискретные модели и методы прикладной теории упругости, в т. ч. для композитных и «горячих» конструкций.

### уметь:

- использовать полученные знания при решении практических и новых задач, дальнейших исследованиях по развитию науки о прочности ЛА;
- правильно оценивать полученные результаты работ, предлагать инновационные и оптимальные решения.

### владеть:

- навыками и методами решения задач ПТУ;
- навыками построения новых моделей и расчетных схем для конкретных авиаконструкций;
- опытом работы с новой информацией и литературой по дисциплине, в т. ч. на английском языке.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Шимми. Расчет колес ЛА на шимми. Бафтинг.
2. Колебания при полете в неспокойном воздухе, взлете и посадке. "Маховая тряска".
3. Колебания несущих винтов. «Земной резонанс».
4. Динамическая прочность воздушного винта.
5. Расчет частот и форм собственных изгибных и крутильных колебаний лопасти.
6. Диаграмма Кэмпбелла. Колебания ракет.
7. Взаимодействие упругих колебаний корпуса и перемещения жидкого топлива в баках.
8. Эксперимент на динамически подобных моделях в аэродинамических трубах.
9. Частотные испытания. Жесткостные испытания.
10. Методы измерения вибраций ЛА в полете.
11. Теория частотных испытаний. Одноточечное и многоточечное возбуждение.
12. Схематизация конструкции ЛА.
13. Балочная схематизация ракет и самолетов с крыльями большого удлинения.
14. Уравнения колебаний свободного самолета.

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Виды и особенности упругих колебаний летательных аппаратов. Колебания упругого самолета с системой автоматического управления.
2. Изгибные упругие колебания балки постоянного поперечного сечения.
3. Изгибная жесткость. "Крутильная" жесткость (по Бредту). Центр изгиба. Ось жесткости. Уравнения изгибных и крутильных колебаний стержней.
4. Метод заданных форм. Методы Бубнова-Галеркина, Ритца в задачах об упругих колебаниях.
5. Уравнения собственных и вынужденных колебаний конструкций в матричной форме. Коэффициенты инерции и жесткости. Их свойства.
6. Формы и частоты собственных колебаний. Условия ортогональности форм колебаний.
7. Вынужденные колебания систем без трения. Резонанс.
8. Вынужденные колебания систем с линейным трением. Амплитудный и фазовый резонансы. Передаточные функции.
9. Понятие о методах исследования упругих колебаний летательных аппаратов (ЛА). Теоретические методы исследования аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ с применением ЦВМ.
10. Метод сосредоточенных масс. Функция влияния. Уравнения Лагранжа для системы с  $n$  степенями свободы.
11. Собственные колебания систем с линейным трением. Физическая природа рассеяния энергии при колебаниях конструкций. Логарифмический декремент колебаний.
12. Флаттер. Флаттер прямого консольно защемленного крыла. Изгибно-крутильный флаттер крыла. Методы и средства предотвращения флаттера.

##### Билет 1

Учет при исследовании упругих колебаний степеней свободы самолета как жесткого тела.

##### Билет 2

«Нулевые тона» собственных колебаний свободного самолета. Акустические вибрации.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

Зачет выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Незачет выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета и зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет и зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.