

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**директор института -  
заместитель директора ФАКТ  
М.А. Кудров**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Метод конечных элементов в задачах вычислительной аэродинамики
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.В. Волков, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры компьютерного моделирования 16.04.2024

## Аннотация

Дисциплина "Метод конечных элементов в задачах вычислительной аэродинамики" направлен на расширение кругозора студентов в проблеме создания высокоэффективного метода численного решения задач внешней и внутренней аэродинамики. Студенты знакомятся с применением методов конечного элемента для решения задач вычислительной аэродинамики. Это относительно новое многообещающее направление в методах вычислительной аэродинамики позволяет перейти к использованию схем аппроксимации высокого порядка точности на адаптивных неструктурированных расчётных сетках. В курсе анализируются достоинства и недостатки методов конечных разностей, конечного объёма и конечного элемента. Рассматриваются основные подходы к решению систем сеточных уравнений.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- знакомство студентов с применением методов конечного элемента для решения задач вычислительной аэродинамики.

#### Задачи дисциплины

- расширение кругозора студентов в проблеме создания высокоэффективного метода численного решения задач внешней и внутренней аэродинамики.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной физики;
- порядки численных величин, характерные для различных разделов физики;
- современные проблемы физики, математики;
- современное положение дел в проблеме идентификации физических механизмов в турбулентных течениях;
- разновидности современных способов экспериментального исследования турбулентных течений и физические принципы, на которых они основаны.

уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- выводить основные уравнения и понимать их физический смысл;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Схемы высокого порядка точности и их использование.		2		2
2	Метод Конечных Разностей, Метод Конечного Объёма.		2		3
3	Порядок аппроксимации и порядок точности численной схемы.		3		3
4	Типы сеток. Типы конечных элементов.		3		2
5	Использование МКЭ для решения задач Лапласа и Пуассона. Метод Галёркина.		3		2
6	МКЭ высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса.		3		2
7	Аппроксимация вязких и невязких членов в РМГ.		2		2
8	Постановка граничных условий в методах конечных элементов высокого порядка точности.		2		2
9	Квадратурный и безквадратурные подходы.		2		2

10	Методы монотонизации решения в конечно-элементных подходах.		3		2
11	Методы решения сеточных уравнений конечно-элементной аппроксимации течений.		3		4
12	Индикатор ошибки на основе сопряжённого решения.		2		4
Итого часов			30		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Введение. Схемы высокого порядка точности и их использование.

Введение. Схемы высокого порядка точности и их использование на анизотропно адаптивных неструктурированных расчётных сетках. Анализ эффективности использования схем высокого порядка точности при решении задач вычислительной аэродинамики.

##### 2. Метод Конечных Разностей, Метод Конечного Объёма.

Метод Конечных Разностей (МКР), Метод Конечного Объёма (МКО), Метод Конечного Элемента (МКЭ). Схемы высокого порядка точности (преимущества и недостатки).

##### 3. Порядок аппроксимации и порядок точности численной схемы.

Описание порядка аппроксимации и его порядок точности численной схемы.

##### 4. Типы сеток. Типы конечных элементов.

Типы сеток (структурированные, неструктурированные, адаптивные, изотропная адаптация, анизотропная адаптация). Типы конечных элементов.

##### 5. Использование МКЭ для решения задач Лапласа и Пуассона. Метод Галёркина.

Использование метода конечных элементов для решения задач.

##### 6. МКЭ высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса.

Методы конечных элементов высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса на неструктурированных сетках. Стабилизированный Метод Галёркина (СМГ), Разрывный Метод Галёркина (РМГ), метод распределённой невязки (МРН), спектральные методы.

##### 7. Аппроксимация вязких и невязких членов в РМГ.

Описание аппроксимации вязких и невязких членов в решениях методов Гальперина.

##### 8. Постановка граничных условий в методах конечных элементов высокого порядка точности.

Постановка граничных условий в МКЭ высокого порядка точности. Методы учёта кривизны обтекаемой границы. Отображения элементов в параметрическую плоскость.

## 9. Квадратурный и безквадратурные подходы.

Описание квадратурного и безквадратурного подходы интегрирования потоков.

## 10. Методы монотонизации решения в конечно-элементных подходах.

Описани методов монотонизации решения в конечно-элементных подходах аппроксимации течений.

## 11. Методы решения сеточных уравнений конечно-элементной аппроксимации течений.

Методы решения сеточных уравнений конечно-элементной аппроксимации течений. Явный и неявный метод. GMRES. Решатели и многосеточный метод. Полиномиальный многосеточный метод. Переобуславливатель на низкие числа Маха.

## 12. Индикатор ошибки на основе сопряжённого решения.

Определение индикатора ошибки на основе сопряжённого решения, суперсходимоссть.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория, оснащенная мультимедиапроектором и экраном.

## 6.Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Прикладная газовая динамика [Текст] : в 2 ч. Ч. 1 : [учеб. пособие для вузов] / Г. Н. Абрамович .— 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1991 .— 600 с.
2. Прикладная газовая динамика [Текст] : в 2 ч. Ч. 2 : [учеб. пособие для вузов] / Г. Н. Абрамович .— 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1991 .— 301 с.

### Дополнительная литература

1. Аэрогазодинамика реактивных сопел [Текст] : [посвящ. 85-летию со дня основания Н. Е. Жуковским ЦАГИ] : в 2 т/Г. Н. Лаврухин, Т. 1, Внутренние характеристики сопел, -М., Физматлит, 2003
2. Газовая динамика [Текст] / Г. Г. Черый - М.Наука,1988
3. Уравнения математической физики [Текст] / С. К. Годунов - М.Наука,1971

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Журналы по гидродинамике ( Механика жидкости и газа, JournalofFluidMechanics, JournalofSoundandVibration), доступные через Internet, учебные пособия и сборники задач, разработанные для данного курса

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

на занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину "Метод конечных элементов в задачах вычислительной аэродинамике", должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к экзамену.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	А.В. Волков, д-р физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Метод конечных элементов в задачах вычислительной аэродинамики» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной физики;
- порядки численных величин, характерные для различных разделов физики;
- современные проблемы физики, математики;
- современное положение дел в проблеме идентификации физических механизмов в турбулентных течениях;
- разновидности современных способов экспериментального исследования турбулентных течений и физические принципы, на которых они основаны.

### уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- выводить основные уравнения и понимать их физический смысл;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

### владеть:



- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

1. Стабилизированный Метод Галёркина (СМГ).
2. Разрывный Метод Галёркина (РМГ), метод распределённой невязки (МРН), спектральные методы.
3. Аппроксимация вязких и невязких членов в РМГ.
4. Постановка граничных условий в МКЭ высокого порядка точности.
5. Квадратурный и безквадратурные подходы интегрирования потоков.
6. Методы монотонизации решения в конечно-элементных подходах аппроксимации течений.
7. Методы решения сеточных уравнений конечно-элементной аппроксимации течений.
8. Методы программирования численных схем решения уравнений переноса методом Галёркина с разрывными базисными функциями.
9. Типы сеток (структурированные, неструктурированные, адаптивные, изотропная адаптация, анизотропная адаптация).
10. Типы конечных элементов.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Схемы высокого порядка точности и их использование на анизотропно адаптивных неструктурированных расчётных сетках.
2. Метод Конечных Разностей (МКР), Метод Конечного Объёма (МКО), Метод Конечного Элемента (МКЭ).
3. Порядок аппроксимации и порядок точности численной схемы.
4. Типы сеток (структурированные, неструктурированные, адаптивные, изотропная адаптация, анизотропная адаптация).
5. Использование МКЭ для решения задач Лапласа и Пуассона.
6. Метод Галёркина.
7. МКЭ высокого порядка точности для решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса на неструктурированных сетках.
8. Анализ эффективности использования схем высокого порядка точности при решении задач вычислительной аэродинамики.
9. Определение индикатора ошибки на основе сопряжённого решения, суперсходимости.
10. Схемы высокого порядка точности (преимущества и недостатки).

Билет 1

Описать разницу между методами конечных разностей и методами конечного объема.

Билет 2

Какие порядки точности есть у численных схем. Объяснить.

### **Критерии оценивания**

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.