

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

директор института -  
заместитель директора ФАКТ  
**М.А. Кудров**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Вычислительные методы в механике
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

1 (осенний) - Зачет  
2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.  
семинары: 60 час.  
лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 225, всего зач. ед.: 5

Программу составил: И.В. Егоров, д-р физ.-мат. наук, (на удаление) член-корреспондент  
русской академии наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры компьютерного моделирования 09.04.2024

## Аннотация

Дисциплина "Вычислительные методы в механике" охватывает круг вопросов, связанных с методами и технологиями современного вычислительного моделирования процессов различной физической природы: в механике жидкости и газа, в механике твердого упругого тела, а также применительно к решению практических задач создания и проектирования летательных аппаратов и комплексов военного и гражданского назначения, различных систем высокотехнологичных отраслей промышленности.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- знакомство студентов с численными методами, широко применяемыми в механике жидкости и газа, а также в механике твердого упругого тела, обучение их алгоритмам, которые могут быть использованы для решения большого разнообразия фундаментальных и прикладных задач аэрогидромеханики и прочности конструкций летательных аппаратов.

#### Задачи дисциплины

- эти методы обеспечивают наиболее эффективный на современном этапе путь получения результатов задач, описываемых дифференциальными уравнениями.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

<p>решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты</p>	<p>ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности</p>
	<p>ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты</p>

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной физики;
- порядки численных величин, характерные для различных разделов физики;
- современные проблемы физики, математики;
- современное положение дел в проблеме идентификации физических механизмов шумообразования в турбулентных течениях;
- разновидности современных способов экспериментального исследования шума турбулентных течений и физические принципы, на которых они основаны.

уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- выводить основные уравнения и понимать их физический смысл;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- навыками теоретического анализа реальных задач.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме, описывающие течения вязкого совершенного газа.	4	4		10
2	Постановка задачи внешнего обтекания тел в рамках уравнений Эйлера.	2	2		10

3	Постановка задачи для уравнений пограничного слоя Прандтля.	2	2		10
4	Понятие жесткой системы дифференциальных уравнений.	2	2		
5	Моделирование турбулентных течений.	2	2		
6	Моделирование химически неравновесных процессов в вычислительной аэродинамике.	2	2		
7	Постановка задач в механике твердого упругого тела.	2	2		
8	Основные понятия теории разностных схем.	2	2		
9	Методы Рунге-Кутты для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	2	2		
10	Основные понятия теории разностных схем для краевых задач.	2	2		
11	Интегро-интерполяционные метод решения краевых задач.	2	2		
12	Методы типа конечных элементов.	2	2		
13	Свойства разностных схем для модельного уравнения.	4	4		
14	Схема Келлера для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.	1	1		
15	Метод Рундсона для повышения порядка точности.	1	1		
16	Метод простой итерации для решения нелинейных сеточных уравнений.	1	1		
17	Метод Ньютона для решения нелинейных сеточных уравнений.	1	1		
18	Разностная задача на собственные значения $u_{xx} + \lambda u = 0$ .	1	1		
19	Понятие обусловленности систем линейных алгебраических уравнений.	1	1		
20	Алгоритм векторно-матричной прогонки.	1	1		
21	Метод Гаусса с выбором ведущего элемента.	1	1		
22	Метод простой итерации для решения линейных уравнений. Метод простой итерации с оптимальным выбором.	1	1		
23	Метод переменных направлений для решения линейных уравнений.	1	1		
24	Треугольные методы для решения линейных уравнений.	1	1		
25	Итерационные методы вариационного типа.	1	1		
26	Методы построения расчетных сеток. Алгебраические методы построения расчетных сеток.	1	1		3
27	Расчетные сетки вариационного типа.	1	1		3
28	Анализ устойчивости схем.	1	1		3
29	Оценка погрешности аппроксимации схемы с весами для уравнения теплопроводности.	1	1		3

30	Блочный метод Келлера для решения уравнений ПС Прандтля.	1	1		3
31	Схема Лакса-Вендроффа для решения уравнений Эйлера.	1	1		3
32	Монотонность, теорема Годунова.	1	1		3
33	Схема первого и второго порядка точности.	2	2		6
34	Монотонная схема Годунова первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера.	2	2		6
35	Метод Роя для приближенного решения задачи Римана.	1	1		3
36	Построение монотонных разностных схем для многомерных задач газовой динамики.	1	1		3
37	Методы решения уравнений Навье-Стокса.	1	1		3
38	Метод конечного элемента для решения уравнений механики.	4	4		3
Итого часов		60	60		75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		225 час., 5 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 1 (Осенний)

1. Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме, описывающие течения вязкого совершенного газа.

Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме, описывающие течения вязкого совершенного газа. Постановка задачи внешнего обтекания тел вязким газом. Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме в криволинейной системе координат.

2. Постановка задачи внешнего обтекания тел в рамках уравнений Эйлера.

Постановка задачи внешнего обтекания тел в рамках уравнений Эйлера. Характеристические свойства уравнений Эйлера и Навье-Стокса. Постановка граничных условий для уравнений Эйлера.

3. Постановка задачи для уравнений пограничного слоя Прандтля.

Постановка задачи для уравнений пограничного слоя Прандтля. Характеристические свойства уравнений.

4. Понятие жесткой системы дифференциальных уравнений.

Описание понятия жесткой системы дифференциальных уравнений.

5. Моделирование турбулентных течений.

Описание моделирования турбулентных течений и их характеристика.

6. Моделирование химически неравновесных процессов в вычислительной аэродинамике.

Описание моделирования химически неравновесных процессов в вычислительной аэродинамике.

#### 7. Постановка задач в механике твердого упругого тела.

Описание постановки задач в механике твердого упругого тела.

#### 8. Основные понятия теории разностных схем.

Основные понятия теории разностных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений (аппроксимация, сходимость, устойчивость).

#### 9. Методы Рунге-Кутты для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Методы Рунге-Кутты для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Условно устойчивые и абсолютно устойчивые разностные методы. Явные и неявные разностные схемы.

#### 10. Основные понятия теории разностных схем для краевых задач.

Основные понятия теории разностных схем для краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теорема Лакса.

#### 11. Интегро-интерполяционные метод решения краевых задач.

Интегро-интерполяционные метод решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

#### 12. Методы типа конечных элементов.

Описание методов типа конечных элементов. Метод Бубнова-Галеркина.

#### 13. Свойства разностных схем для модельного уравнения.

Свойства разностных схем для модельного уравнения:  $\square u_{xx} + \square u_x = 0$ . Сеточное число Рейнольдса. Свойство монотонности разностных схем.

### Семестр: 2 (Весенний)

#### 14. Схема Келлера для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Схема Келлера для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. О согласованности дифференциальных уравнений и граничных условий.

#### 15. Метод Рундсона для повышения порядка точности.

Описание метода Рундсона для повышения порядка точности.

#### 16. Метод простой итерации для решения нелинейных сеточных уравнений.

Описание метода простой итерации для решения нелинейных сеточных уравнений. Скорость сходимости метода.

#### 17. Метод Ньютона для решения нелинейных сеточных уравнений.

Метод Ньютона для решения нелинейных сеточных уравнений. Скорость сходимости метода. Модифицированный метод Ньютона. Метод Ньютона-Рафсона.

18. Разностная задача на собственные значения  $u_{xx} + \lambda u = 0$ .

Описание разностной задачи на собственные значения  $u_{xx} + \lambda u = 0$ .

19. Понятие обусловленности систем линейных алгебраических уравнений.

Описание понятия обусловленности систем линейных алгебраических уравнений.

20. Алгоритм векторно-матричной прогонки.

Описание алгоритма векторно-матричной прогонки. Теорема об устойчивости векторно-матричной прогонки.

21. Метод Гаусса с выбором ведущего элемента.

Формулировка метода Гаусса, применение метода для решения задач

22. Метод простой итерации для решения линейных уравнений. Метод простой итерации с оптимальным выбором.

Формулировка метода простой итерации для решения линейных уравнений

23. Метод переменных направлений для решения линейных уравнений.

Описание метода переменных направлений для решения линейных уравнений.

24. Треугольные методы для решения линейных уравнений.

Описание треугольных методов для решения линейных уравнений.

25. Итерационные методы вариационного типа.

Описание итерационного метода вариационного типа. Метод минимальных невязок.

26. Методы построения расчетных сеток. Алгебраические методы построения расчетных сеток.

Методы построения расчетных сеток. Алгебраические методы построения расчетных сеток. Методы построения расчетных сеток, основанные на решении эллиптических уравнений. Методы построения расчетных сеток, основанные на решении гиперболических уравнений.

27. Расчетные сетки вариационного типа.

Адаптивные расчетные сетки. Адаптивные расчетные сетки вариационного типа.

28. Анализ устойчивости схем.

Анализ устойчивости явных и неявных схем для уравнений пограничного слоя (ПС) Прандтля.

29. Оценка погрешности аппроксимации схемы с весами для уравнения теплопроводности.

Оценка погрешности аппроксимации схемы с весами для уравнения теплопроводности. Схема повышенного порядка аппроксимации для уравнения теплопроводности. Необходимые и достаточные условия устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности.

30. Блочный метод Келлера для решения уравнений ПС Прандтля.

Блочный метод Келлера для решения уравнений ПС Прандтля. Метод Кранка-Николсона для решения уравнений ПС Прандтля. Метод повышенного порядка точности Петухова для решения уравнений ПС Прандтля.

31. Схема Лакса-Вендроффа для решения уравнений Эйлера.

Схема Лакса-Вендроффа для решения уравнений Эйлера. Двухшаговый вариант схемы Лакса-Вендроффа и схема Мак-Кормака. Необходимое условие устойчивости схемы Лакса-Вендроффа.

32. Монотонность, теорема Годунова.

Понятие монотонности и теоремы Годунова о построении монотонных разностных схем.

33. Схема первого и второго порядка точности.

Характеристики монотонной схемы первого и второго порядка точности для уравнения переноса. Свойство монотонности разностных схем. Условие невозрастания полной вариации.

34. Монотонная схема Годунова первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера.

Линеаризованный вариант монотонной схемы первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера. Нелинейный вариант монотонной схемы Годунова первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера.

35. Метод Роя для приближенного решения задачи Римана.

Описание метода Роя для приближенного решения задачи Римана.

36. Построение монотонных разностных схем для многомерных задач газовой динамики.

Описание построения монотонных разностных схем для многомерных задач газовой динамики.

37. Методы решения уравнений Навье-Стокса.

Методы решения уравнений Навье-Стокса с применением монотонных разностных схем.

38. Метод конечного элемента для решения уравнений механики.

Метод конечного элемента для решения уравнений механики твердого упруго тела. Метод конечного элемента для решения уравнений механики жидкости и газа.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

учебная аудитория, оснащенная мультимедиапроектором и экраном.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**



#### Основная литература

1. Численные методы решения задач механики сплошных сред [Текст] : цикл лекций, прочитанных в летней школе по численным методам, Киев, 15 июня - 7 июля 1966 г. / под ред. О. М. Белоцерковского ; Акад. наук СССР .— М. : ВЦ АН СССР, 1969 .— 230 с.
2. Методы решения сеточных уравнений [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский, Е. С. Николаев .— М. : Наука, 1978 .— 592 с.

#### Дополнительная литература

1. Теория пограничного слоя [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Г. Шлихтинг ; пер. с нем. Г. А. Вольперта ; под ред. Л. Г. Лойцянского .— 6-е изд. — М. : Наука, 1974 .— 711 с.

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Журналы по гидродинамике ( Механика жидкости и газа, JournalofFluidMechanics, JournalofSoundandVibration), доступные через Internet, учебные пособия и сборники задач, разработанные для данного курса

#### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий курс «Вычислительные методы в механике», должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной физики; порядки численных величин, характерные для различных разделов физики; современные проблемы физики, математики;

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях;
- подготовку к экзамену и зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Авиационные технологии передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра компьютерного моделирования
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестры, формы промежуточной аттестации:	
1 (осенний) - Зачет	
2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	И.В. Егоров, д-р физ.-мат. наук, (на удаление) член-корреспондент российской академии наук, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Вычислительные методы в механике» обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической и современной физики;
- порядки численных величин, характерные для различных разделов физики;
- современные проблемы физики, математики;
- современное положение дел в проблеме идентификации физических механизмов шумообразования в турбулентных течениях;
- разновидности современных способов экспериментального исследования шума турбулентных течений и физические принципы, на которых они основаны.

### уметь:

- абстрагироваться от несущественного при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- выводить основные уравнения и понимать их физический смысл;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

#### **владеть:**

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыками грамотной обработки результатов опыта и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- навыками теоретического анализа реальных задач.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

1. Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме, описывающие течения вязкого совершенного газа.
2. Постановка задачи внешнего обтекания тел в рамках уравнений Эйлера. Характеристические свойства уравнений Эйлера и Навье-Стокса. Постановка граничных условий для уравнений Эйлера.
3. Постановка задачи для уравнений пограничного слоя Прандтля. Характеристические свойства уравнений.
4. Понятие жесткой системы дифференциальных уравнений.
5. Моделирование турбулентных течений.
6. Моделирование химически неравновесных процессов в вычислительной аэродинамике.
7. Постановка задач в механике твердого упругого тела.
8. Основные понятия теории разностных схем для обыкновенных дифференциальных уравнений (аппроксимация, сходимость, устойчивость).
9. Методы Рунге-Кутты для решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
10. Основные понятия теории разностных схем для краевых задач обыкновенных дифференциальных уравнений (аппроксимация, сходимость, устойчивость). Теорема Лакса.
11. Конечно-разностные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
12. Интегро-интерполяционный метод решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.
13. Методы типа конечных элементов. Метод Бубнова-Галеркина.
14. Свойства разностных схем для модельного уравнения:  $\square u_{xx} + \square u_x = 0$ . 23. Сеточное число Рейнольдса. Свойство монотонности разностных схем.
15. Схема Келлера для решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. О согласованности дифференциальных уравнений и граничных условий.
16. Метод Рундсона для повышения порядка точности.
17. Метод простой итерации для решения нелинейных сеточных уравнений. Скорость сходимости метода.
18. Метод Ньютона для решения нелинейных сеточных уравнений. Скорость сходимости метода. Модифицированный метод Ньютона. Метод Ньютона-Рафсона.
19. Разностная задача на собственные значения  $u_{xx} + \square u = 0$ .
20. Понятие обусловленности систем линейных алгебраических уравнений.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Алгоритм векторно-матричной прогонки. Теорема об устойчивости векторно-матричной прогонки.
2. Метод Гаусса с выбором ведущего элемента.
3. Метод простой итерации для решения линейных уравнений. Метод простой итерации с оптимальным выбором  $\omega$ .
4. Метод переменных направлений для решения линейных уравнений.
5. Треугольные методы для решения линейных уравнений.
6. Итерационные методы вариационного типа. Метод минимальных невязок.
7. Методы построения расчетных сеток. Алгебраические методы построения расчетных сеток. Методы построения расчетных сеток, основанные на решении эллиптических уравнений. Методы построения расчетных сеток, основанные на решении гиперболических уравнений.
8. Адаптивные расчетные сетки. Адаптивные расчетные сетки вариационного типа.
9. Анализ устойчивости явных и неявных схем для уравнений пограничного слоя (ПС) Прандтля.
10. Оценка погрешности аппроксимации схемы с весами для уравнения теплопроводности. Схема повышенного порядка аппроксимации для уравнения теплопроводности. Необходимые и достаточные условия устойчивости по начальным данным схемы с весами для уравнения теплопроводности.
11. Блочный метод Келлера для решения уравнений ПС Прандтля. Метод Кранка-Николсона для решения уравнений ПС Прандтля. Метод повышенного порядка точности Петухова для решения уравнений ПС Прандтля.
12. Схема Лакса-Вендроффа для решения уравнений Эйлера. Двухшаговый вариант схемы Лакса-Вендроффа и схема Мак-Кормака. Необходимое условие устойчивости схемы Лакса-Вендроффа.
13. Понятие монотонности и теоремы Годунова о построении монотонных разностных схем.
14. Монотонная схема первого и второго порядка точности для уравнения переноса.
15. Свойство монотонности разностных схем. Условие невозрастания полной вариации.
16. Линеаризованный вариант монотонной схемы первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера.
17. Нелинейный вариант монотонной схемы Годунова первого и второго порядка точности для уравнений Эйлера.
18. Метод Рунге для приближенного решения задачи Римана.
19. Построение монотонных разностных схем для многомерных задач газовой динамики.
20. Методы решения уравнений Навье-Стокса с применением монотонных разностных схем.
21. Метод конечного элемента для решения уравнений механики твердого упругого тела.
22. Метод конечного элемента для решения уравнений механики жидкости и газа.

#### Билет 1

Постановка задачи внешнего обтекания тел вязким газом. Уравнения Навье-Стокса в дивергентной форме в криволинейной системе координат.

#### Билет 2

Многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Условно устойчивые и абсолютно устойчивые разностные методы. Явные и неявные разностные схемы.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.

Экзамен проводится путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.