

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

Рабочая программа дисциплины (модуля)

по дисциплине:	Дополнительные главы функционального анализа и элементы дифференциальной геометрии
по направлению:	Прикладная математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра проблем передачи информации и анализа данных
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Всего часов: 45, всего зач. ед.: 1

Программу составил: С.А. Пирогов, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем передачи информации и анализа данных 16.05.2022

Аннотация

В рамках этого курса проводится знакомство с основными концепциями геометрии многообразий и римановой геометрии и их физических приложениях, рассматриваются ключевые понятия теории неограниченных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве и о ее применениях к задачам математической физики.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать представление о геометрии многообразий и римановой геометрии и их физических приложениях; дать представление о теории неограниченных самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве и о ее применениях к задачам математической физики.

Задачи дисциплины

- научить вычислять значения различных геометрических величин (длины, углы, площади, кривизны кривых и гауссова кривизна) в римановой геометрии;
- познакомить с методами спектрального анализа неограниченных самосопряженных операторов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.1 Знает принципы работы и диапазоны рабочих параметров используемого научного оборудования

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия геометрии многообразий и римановой геометрии;
- основные свойства и конкретные примеры неограниченных самосопряженных операторов.

уметь:

- находить длины кривых, углы, площади, гауссову кривизну на римановом многообразии (в двумерном случае);
- находить собственные функции и собственные значения дифференциальных операторов, связанных с задачами математической физики.

владеть:

- навыком освоения большого объема информации;
- навыками постановки научно-исследовательских задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Банаховы алгебры. Спектр.	8			3
2	Преобразование Гельфанда.	7			5
3	Теоремы о неподвижной точке и их применения. Сплаины.	8			2
4	Элементы дифференциальной геометрии.	7			5
Итого часов		30			15
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		45 час., 1 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

1. Банаховы алгебры. Спектр.

Банаховы алгебры. Спектр. Спектр линейного оператора. Классификация операторов. Функциональное исчисление. Спектральная теорема для ограниченных операторов. Свойства неограниченных операторов. Теорема Стоуна-Вейерштрасса. Пространство максимальных идеалов банаховой алгебры.

2. Преобразование Гельфанда.

Преобразование Гельфанда. Граница Шилова. Топологические векторные пространства. Локально выпуклые пространства.

3. Теоремы о неподвижной точке и их применения. Сплаины.

Теоремы о неподвижной точке и их применения. Квазианалитические классы функций. Сплаины. Аппроксимация сплайнами. Некорректные задачи. Регуляризация.

4. Элементы дифференциальной геометрии.

Кривые на плоскости и в пространстве. Формулы Френе.
 Поверхности. Первая квадратичная форма.
 Касательная плоскость. Нормаль. Вторая квадратичная форма.
 Формулы Вейнгартена. Коэффициенты связности. Теорема Гаусса.
 Необходимые и достаточные условия изометричности.
 Связность на многообразии. Ковариантное дифференцирование.
 Геодезические.
 Кручение и кривизна.
 Римановы пространства. Римановы связности.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием (проектор или плазменная панель), доска, ноутбук.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Элементы теории функций и функционального анализа, Электронная версия печатной публикации / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2009
2. Функциональный анализ и вычислительная математика, Электронная версия печатной публикации / В. И. Лебедев. — Москва, Физматлит, 2005
3. Функциональный анализ, Электронная версия печатной публикации / В. А. Треногин. — Москва, Физматлит, 2007
4. Задачи и упражнения по функциональному анализу, Электронная версия печатной публикации / В. А. Треногин, Б. М. Писаревский, Т. С. Соболева. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2005
5. Краткий курс дифференциальной геометрии и топологии, Электронная копия доступна на сайте электронно-библиотечной системы / А. С. Мищенко, А. Т. Фоменко. — Москва, ФИЗМАТЛИТ, 2004

Дополнительная литература

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программное обеспечение и информационные технологии не требуются.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра проблем передачи информации и анализа данных
курс:	3
квалификация:	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Зачет	
Разработчик:	С.А. Пирогов, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.1 Знает принципы работы и диапазоны рабочих параметров используемого научного оборудования

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы функционального анализа и элементы дифференциальной геометрии» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия геометрии многообразий и римановой геометрии;
- основные свойства и конкретные примеры неограниченных самосопряженных операторов.

уметь:

- находить длины кривых, углы, площади, гауссову кривизну на римановом многообразии (в двумерном случае);
- находить собственные функции и собственные значения дифференциальных операторов, связанных с задачами математической физики.

владеть:

- навыком освоения большого объема информации;
- навыками постановки научно-исследовательских задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Вычислить гауссову кривизну плоскости Лобачевского в полярных координатах.
2. То же в полугеодезических координатах.
3. То же в орициклических координатах.
4. То же в конформных координатах Пуанкаре.
5. То же в конформных координатах Клейна.
6. Вычислить гауссову кривизну сферы в полярных координатах.
7. То же в полугеодезических (экваториальных) координатах.
8. То же в конформных координатах стереографической проекции.
9. Вычислить гауссову кривизну псевдосферы.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Найти собственные функции и собственные значения оператора дифференцирования на отрезке с периодическими граничными условиями.
2. То же с анти-периодическими граничными условиями.
3. То же с граничными условиями типа смещения фазы на заданный угол.
4. Найти собственные функции и собственные значения оператора Лапласа (квадрата оператора дифференцирования) на отрезке с граничными условиями Дирихле.
5. То же с граничными условиями Неймана.
6. То же со смешанными (Дирихле-Нейман) граничными условиями.
7. То же с периодическими граничными условиями.
8. То же с анти-периодическими граничными условиями.
9. То же с граничными условиями типа смещения фазы на заданный угол.

Критерии оценивания

Оценка «Зачтено» выставляется показавшему владение основными разделами программы.

Оценка «Не зачтено» выставляется студенту, у которого отсутствуют знания базовой составляющей дисциплины, допускаются грубые ошибки в изложении материала.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой.