

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
радиотехники и компьютерных  
технологий**

**А.В. Дворкович**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Оптимальное управление в динамических системах
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра интегрированных киберсистем
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составили:

Е.Я. Рубинович, доктор наук, профессор

А.А. Галяев, д-р техн. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры интегрированных киберсистем 20.05.2020

## Аннотация

Задачи управления, возникающие при описании явлений в физике, технике, экономике и других науках, зачастую ставят целью достижение требуемых значений координат системы наилучшим образом. Таким образом необходимо уметь решать проблему оптимизации в системах непрерывного времени. Настоящий курс лекций посвящен изучению математических основ современной теории оптимального управления динамическими системами.

В результате студентами будут получены базовые знания в области современной теории оптимального управления; приобретены теоретические знания в области математической формализации и подходов к решению оптимизационных задач; приобретены навыки решения прикладных задач оптимизации динамических систем, а также прикладных исследований в области решения экстремальных задач.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

изучение математических основ современной теории оптимального управления динамическими системами.

#### Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний в области современной теории оптимального управления;
- приобретение теоретических знаний в области математической формализации и подходов к решению оптимизационных задач;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических и прикладных исследований в области решения экстремальных задач;
- приобретение навыков решения прикладных задач оптимизации динамических систем.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ фундаментальные понятия, основные теоремы и методы, используемые при математической формализации оптимизационных процессов;
- ☐ порядки численных величин, характерные для типовых прикладных задач оптимизации;
- ☐ современные проблемы, связанные с математической формализацией оптимизационных задач;
- ☐ основные численные процедуры решения экстремальных задач.

уметь:

- ☐ абстрагироваться от несущественного при формализации реальных оптимизационных задач;
- ☐ пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- ☐ делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- ☐ производить численные оценки по порядку величины;
- ☐ делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- ☐ видеть в технических задачах математическое содержание;
- ☐ осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- ☐ правильно оценить степень достоверности результатов численных экспериментов;
- ☐ работать с современными пакетами прикладных программ;
- ☐ эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации;
- ☐ навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- ☐ культурой постановки и моделирования оптимизационных задач;
- ☐ навыками грамотной обработки результатов численного эксперимента и сопоставления с теоретическими данными;
- ☐ практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- ☐ навыками теоретического анализа реальных задач, связанных с проблемами оптимизации.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Топологические линейные пространства, выпуклые множества и слабые топологии.	6			3
2	Теорема Хана-Банаха.	4			2
3	Опорные гиперплоскости и крайние точки.	3			2
4	Конусы, сопряженные конусы.	3			1
5	Направления убывания, возможные направления, касательные направления.	2			2
6	Необходимые условия экстремума.	2			1
7	Вычисление конусов направлений убывания.	4			2

8	Вычисление конусов возможных направлений.	2			1
9	Касательные направления.	4			1
10	Сопряженные конусы для подпространств.	4			2
11	Техника вычисления сопряженных конусов.	4			2
12	Задача на условный экстремум с ограничениями типа равенств.	2			1
13	Задача нелинейного программирования.	2			1
14	Необходимые условия слабого экстремума.	6			3
15	Необходимые условия сильного экстремума.	6			3
16	Особые управления.	2			1
17	Скользящие режимы.	4			2
Итого часов		60			30
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

##### 1. Топологические линейные пространства, выпуклые множества и слабые топологии.

Топологические линейные пространства. Метрические пространства. Нормированные пространства. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Важнейшие примеры банаховых и гильбертовых пространств.

##### 2. Теорема Хана-Банаха.

Выпуклые множества. Функционал Минковского. Теоремы о продолжении линейного функционала. Теоремы отделимости для выпуклых множеств.

##### 3. Опорные гиперплоскости и крайние точки.

Теоремы существования опорных функционалов. Теоремы о существовании крайних точек. Теорема Крейна-Мильмана.

##### 4. Конусы, сопряженные конусы.

Основные леммы о сопряженных конусах и теорема М.Г.Крейна. Лемма Дубовицкого-Милютинина о пересечении выпуклых конусов.

##### 5. Направления убывания, возможные направления, касательные направления.

Основные леммы о направлениях убывания функционалов, возможных направлений и касательных направлений.

##### 6. Необходимые условия экстремума.

Теорема Дубовицкого-Милютина о необходимых условиях экстремума. Уравнение Эйлера-Лагранжа.

#### 7. Вычисление конусов направлений убывания.

Функционалы, дифференцируемые по направлению. Дифференцируемость по Фреше. Основные теоремы.

#### 8. Вычисление конусов возможных направлений.

Аналитическое описание ограничений с помощью функционалов. Связь конусов направления убывания и возможных направлений.

#### 9. Касательные направления.

Теорема Люстерника и ее геометрический смысл. Вычисление касательных подпространств для различных множеств.

### Семестр: 8 (Весенний)

#### 10. Сопряженные конусы для подпространств.

Основные леммы о сопряженных конусах. Теорема Минковского-Фаркаша.

#### 11. Техника вычисления сопряженных конусов.

Примеры вычисления сопряженных конусов для типовых конусов.

#### 12. Задача на условный экстремум с ограничениями типа равенств.

Основная теорема о необходимых условиях оптимальности.

#### 13. Задача нелинейного программирования.

Теорема Куна-Таккера и ее приложения. Задача линейного программирования.

#### 14. Необходимые условия слабого экстремума.

Постановка задачи оптимизации. Анализ минимизируемого функционала и ограничений. Вывод уравнений Эйлера и их анализ. Принцип максимума. Связь с классическим вариационным исчислением.

#### 15. Необходимые условия сильного экстремума.

Постановка задачи оптимизации. Разрывная замена времени и переход к вспомогательной задаче. Необходимые условия оптимальности во вспомогательной задаче. Обратная замена времени и принцип максимума Понтрягина для основной задачи оптимизации.

#### 16. Особые управления.

Определение особых управлений. Приемы вычисления особых управлений. Примеры.

#### 17. Скользящие режимы.

Определение скользящих режимов. Расширение задачи оптимального управления. Необходимые условия оптимальности в расширенной задаче. Примеры вычисления скользящих режимов.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

Необходимое программное обеспечение: программные пакеты MATLAB 7.0, MAPLE 11.

Обеспечение самостоятельной работы Электронные ресурсы, включая доступ к базам данных.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Методы оптимального управления [Текст] : учеб. пособие для вузов / Л. А. Бекларян, А. Ю. Флёрова ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2011 .— 128 с.
2. Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] : учебник для вузов / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин .— 7-е изд. — М. : Физматлит, 2004, 2006, 2009, 2012 .— 572 с.
3. Оптимальное управление [Текст] : учебник для вузов / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин .— М. : Физматлит, 2005 .— 384 с.

### **Дополнительная литература**

1. Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Бирюков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2010 .— 225 с.
2. Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы [Текст] : учеб. пособие для вузов / Д. П. Ким .— М. : Физматлит, 2008 .— 328 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Видео лекции курса:

<https://mipt.ipu.ru/node/38589>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Необходимое программное обеспечение: программные пакеты MATLAB 7.0, MAPLE 11.

Мультимедийные технологии. MS PowerPoint , демонстрация презентаций.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра интегрированных киберсистем
<b>курс:</b>	4
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчики:**

Е.Я. Рубинович, доктор наук, профессор

А.А. Галяев, д-р техн. наук



## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Оптимальное управление в динамических системах» обучающийся должен:

### знать:

- ☐ фундаментальные понятия, основные теоремы и методы, используемые при математической формализации оптимизационных процессов;
- ☐ порядки численных величин, характерные для типовых прикладных задач оптимизации;
- ☐ современные проблемы, связанные с математической формализацией оптимизационных задач;
- ☐ основные численные процедуры решения экстремальных задач.

### уметь:

- ☐ абстрагироваться от несущественного при формализации реальных оптимизационных задач;
- ☐ пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач и технологических задач;
- ☐ делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- ☐ производить численные оценки по порядку величины;
- ☐ делать качественные выводы при переходе к предельным условиям в изучаемых проблемах;
- ☐ видеть в технических задачах математическое содержание;
- ☐ осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- ☐ правильно оценить степень достоверности результатов численных экспериментов;
- ☐ работать с современными пакетами прикладных программ;
- ☐ эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

**владеть:**

- ☐ навыками освоения большого объема информации;
- ☐ навыками самостоятельной работы в лаборатории и Интернете;
- ☐ культурой постановки и моделирования оптимизационных задач;
- ☐ навыками грамотной обработки результатов численного эксперимента и сопоставления с теоретическими данными;
- ☐ практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- ☐ навыками теоретического анализа реальных задач, связанных с проблемами оптимизации.

**3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Семестр 7: примерный перечень вопросов к контрольной работе, примеры заданий контрольных работ:

1. Приведите примеры экстремальных задач.
2. Сформулируйте необходимые условия экстремума для линейных функций. Раскройте геометрический смысл этих условий.
3. Дайте определение топологического пространства.
4. Сформулируйте известные вам определения типов точек множества.
5. Дайте определение базы топологии, приведите примеры.
6. Дайте определения непрерывной функции, функции непрерывной в точке.
7. Дайте определение ограниченного линейного оператора.
8. Дайте определение сопряженного пространства.
9. Дайте определение банахова пространства.
10. Приведите пример метрики не являющейся нормой.
11. Приведите важнейшие примеры банаховых и гильбертовых пространств.
12. Приведите примеры выпуклых множеств.
13. Приведите пример эквивалентных топологий.
14. Приведите пример множества открытого в одной топологии и не являющегося открытым в другой.
15. Сформулируйте теорему Банаха об эквивалентности топологий.
16. Дайте определения сильной, слабой, слабой\*,  $E^*$  топологий.
17. Дайте определение рефлексивного пространства.
18. Дайте определение компактного множества.
20. Дайте определение гиперподпространства.

Семестр 7: примерный перечень заданий к выполнению расчетно-аналитической работы:

1. Докажите, что если функция непрерывна в каждой точке, то она непрерывна.
2. Докажите, что всякий непрерывный линейный оператор ограничен.
3. Докажите, что если линейный оператор непрерывен, то сопряженный оператор тоже непрерывен.
4. Докажите, что шар в банаховом пространстве является выпуклым множеством.
5. Докажите, что непрерывный функционал на компактном множестве достигает максимума и минимума.
6. Докажите, что каждому гиперподпространству соответствует линейный функционал, и наоборот.
7. Сформулируйте и докажите свойства функционала Минковского.
8. Сформулируйте и докажите теорему Хана-Банаха о продолжении функционала в ЛНП и ее следствия.
9. Сформулируйте и докажите слабую теорему отделимости.
10. Сформулируйте и докажите сильную теорему отделимости.

Семестр 8: примерный перечень вопросов к контрольной работе, примеры заданий контрольных работ:

1. Приведите пример замкнутых, выпуклых множеств, которые нельзя строго отделить.
2. Приведите пример множества и непрерывного функционала, не достигающего нижней грани на нем.
3. Дайте определение опорного функционала.
4. Сформулируйте теорему о существовании опорного функционала.
5. Приведите пример множества, у которого не существует опорного функционала в граничной точке.
6. Дайте определение крайней точки множества.
7. Приведите пример замкнутого ограниченного множества без крайних точек.
8. Дайте определения конуса и сопряженного конуса, приведите примеры.
9. Дайте определение для направления убывания функционала, возможного и касательного направления. Что общего у этих определений и конструкций?
10. Дайте определение производной функционала по направлению.
11. Дайте определение производной функционала по Фреше.
12. Сформулируйте свойства производных функционалов.
13. Сформулируйте свойства выпуклых функционалов.

Семестр 8: примерный перечень заданий к выполнению расчетно-аналитической работы:

1. Докажите, что любое замкнутое выпуклое множество есть пересечение содержащее его полупространств.
2. Сформулируйте и докажите теорему о связи крайних точек множества и точек минимума линейного функционала.
3. Сформулируйте и докажите леммы о замыкании, вложении и пересечении конусов, сопряженных конусов.
4. Сформулируйте и докажите лемму Дубовицкого-Милютина.
5. Сформулируйте и докажите теорему Дубовицкого-Милютина (НУЭ).
6. Сформулируйте и докажите теорему о связи конуса направлений убывания функционала и множеством, на котором его производная отрицательна.
7. Сформулируйте и докажите теорему о выпуклом непрерывном функционале заданном в ЛНП.
8. Приведите примеры функционалов, их производных и конусов направлений убывания (линейный, интегральный функционалы, функционал типа максимума от конечного числа функционалов, функционал типа максимума по отрезку, типа максимума от негладкой функции).

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 7-ом семестре:

1. Топологические линейные пространства. Метрические пространства. Нормированные пространства. Примеры.
2. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Важнейшие примеры банаховых и гильбертовых пространств.
3. Выпуклые множества. Функционал Минковского.
4. Теоремы о продолжении линейного функционала.
5. Теоремы отделимости для выпуклых множеств.
6. Теоремы существования опорных функционалов.
7. Теоремы о существовании крайних точек. Теорема Крейна-Мильмана.
8. Основные леммы о сопряженных конусах и теорема М.Г.Крейна.
9. Лемма Дубовицкого-Милютина о пересечении выпуклых конусов.
10. Основные леммы о направлениях убывания функционалов, возможных направлений и касательных направлениях.

11. Теорема Дубовицкого-Милютина о необходимых условиях экстремума. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
12. Функционалы, дифференцируемые по направлению.
13. Дифференцируемость по Фреше. Основные теоремы.
14. Аналитическое описание ограничений с помощью функционалов. Связь конусов направления убывания и возможных направлений.
15. Теорема Люстерника и ее геометрический смысл. Вычисление касательных подпространств для различных множеств.

Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета в 8-ом семестре:

1. Основные леммы о сопряженных конусах. Теорема Минковского-Фаркаша.
2. Примеры вычисления сопряженных конусов для типовых конусов.
3. Задача на условный экстремум с ограничениями типа равенств.
4. Теорема Куна-Таккера и ее приложения.
5. Задача линейного программирования.
6. Постановка задачи оптимального управления. Анализ минимизируемого функционала и ограничений
7. Необходимые условия слабого экстремума в задаче оптимального управления.
8. Вывод уравнений Эйлера и их анализ. Принцип максимума.
9. Связь Принципа максимума с классическим вариационным исчислением.
10. Необходимые условия сильного экстремума в задаче оптимального управления.
11. Разрывная замена времени и переход к вспомогательной задаче. Необходимые условия оптимальности во вспомогательной задаче.
12. Обратная замена времени и принцип максимума Понтрягина для основной задачи оптимизации.
13. Определение особых управлений. Приемы вычисления особых управлений. Примеры.
14. Определение скользящих режимов. Расширение задачи оптимального управления.
15. Необходимые условия оптимальности в расширенной задаче. Примеры вычисления скользящих режимов.

#### Критерии оценивания

Оценка отлично (10) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (9) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (8) выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо (7) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо (6) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо (5) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно (4) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно (3) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно (2) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно (1) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Дифференцированный зачет проводится в устной форме.

При проведении зачета обучающемуся предоставляется 20 минут на подготовку. Опрос обучающегося проводится в течение 30 минут.

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.