

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
радиотехники и компьютерных
технологий**

А.В. Дворкович

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Нейроматематика
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра интеллектуальных информационных систем и технологий
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 90 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Программу составил: Д.В. Пантюхин, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры интеллектуальных информационных систем и технологий
13.04.2020

Аннотация

Дисциплина ставит своей целью ознакомить студентов с базовыми математическими задачами, решаемыми искусственными нейронными сетями, и углубить знания об архитектуре и способах обучения нейронных сетей. Рассматриваются задачи: аппроксимация и экстраполяция функций многих переменных, классификация и кластеризация данных, решения линейных и нелинейных алгебраических и дифференциальных уравнений и др.

Практические занятия проходят в Матлаб.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- введение в нейроматематику;
- освоение современных подходов и методов решения математических задач с использованием нейронных сетей;
- освоение механизмов целеполагания, выбора и подготовки данных и построения алгоритмов решения математических задач с использованием нейронных сетей;
- формирование комплексных знаний и развитие базовых теоретико-практических представлений о методах настройки структуры и параметров нейронных сетей для решения математических задач;
- приобретение навыков анализа применимости нейросетевого подхода и сравнение его эффективности со стандартными классическими методами решения математических задач;
- формирование практических навыков применения изученных методов и способов решения математических задач с использованием нейронных сетей.

Задачи дисциплины

- освоение студентами подходов, методов и моделей нейронных сетей для решения математических задач;
- приобретение практических навыков применения нейронных сетей для решения математических задач в условиях многомерности данных, наличии ошибок и шумов;
- приобретение умения интерпретировать полученные результаты для построения планов экспериментальных исследований и выбора оптимальных параметров нейронных сетей для решения математических задач.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научной, технической и (или)	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности

обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- современные проблемы нейроматематики;
- базовые подходы, методы и модели нейронных сетей, позволяющие решать математические задачи;
- основные методы решения математических задач с использованием нейронных сетей;
- теоретические и практические аспекты подхода для анализа различных моделей нейронных сетей, настройки их структуры и параметров, в частности с помощью метода обратного распространения ошибки.

уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных математических задач, в том числе аппроксимации, классификации, экстраполяции данных, решения дифференциальных уравнений;
- делать корректные выводы из сопоставления результатов теоретического и компьютерного моделирования (эксперимента);
- производить численные оценки эффективности решения задачи;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- планировать численный эксперимент и составлять план эксперимента;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.
- строить современные прикладные нейросетевые алгоритмы для решения математических задач.

владеть:

- прикладным аппаратом нейронных сетей и нейроматематики;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования задач;
- навыками грамотной обработки результатов эксперимента и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- методами решения широкого спектра современных математических задач с использованием нейросетевых технологий.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение в нейроматематику	10	5		15
2	Нейросетевая аппроксимация функций	10	5		15
3	Нейросетевая экстраполяция функций (прогнозирование)	10	5		15

4	Решение систем линейных уравнений с помощью нейронной сети	10	5		15
5	Решение дифференциальных уравнений в частных производных с помощью нейронной сети	10	5		15
6	Прочие задачи нейроматематики	10	5		15
Итого часов		60	30		90
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Введение в нейроматематику

Структуры нейронных сетей (НС). Алгоритмы настройки нейронных сетей. Алгоритм обратного распространения ошибки. Алгоритм градиентного спуска, его модификации. Критерии останова настройки. Онлайн и оффлайн обучение. Виды обучающих множеств. Понятие о плане экспериментов. Знакомство с MATLAB Neural Network Toolbox.

2. Нейросетевая аппроксимация функций

Понятие аппроксимации функций. Интерполяция и экстраполяция. Структуры НС для аппроксимации. Подготовка обучающего множества. Подготовка тестового множества. Параметры методов аппроксимации. Составление плана эксперимента по выбору оптимальных параметров. Разработка программы нейросетевой аппроксимации функций (включая собственноручно запрограммированный алгоритм обратного распространения ошибки). Проведение эксперимента. Оценка результатов. Дообучение, переобучение.

3. Нейросетевая экстраполяция функций (прогнозирование)

Понятие экстраполяции функций. Виды экстраполяции. Структуры НС для экстраполяции. Способы подготовки обучающего множества. Подготовка тестового множества. Параметры методов экстраполяции. Составление плана эксперимента по выбору оптимальных параметров. Разработка программы нейросетевой экстраполяции функций. Проведение эксперимента. Оценка результатов.

Семестр: 8 (Весенний)

4. Решение систем линейных уравнений с помощью нейронной сети

Понятие о системах линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Способы решения СЛАУ на нейронных сетях. Взаимосвязь с итерационными методами решения СЛАУ. Структуры НС для решения СЛАУ. Способы подготовки обучающего множества. Подготовка тестового множества. Параметры методов решения СЛАУ. Составление плана эксперимента по выбору оптимальных параметров. Разработка программы решения СЛАУ с помощью нейронной сети. Проведение эксперимента. Оценка результатов. Понятие о нелинейных алгебраических уравнениях, функциональных уравнениях, интегральных и дифференциальных уравнениях.

5. Решение дифференциальных уравнений в частных производных с помощью нейронной сети

Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных (ЧДУ). Граничные и начальные условия. Способы решения ЧДУ на нейронных сетях. Структуры НС для решения ЧДУ. Модификация функционала ошибки. Способы подготовки обучающего множества. Подготовка тестового множества. Параметры методов решения ЧДУ. Составление плана эксперимента по выбору оптимальных параметров. Разработка программы решения ЧДУ с помощью нейронной сети. Проведение эксперимента. Оценка результатов.

6. Прочие задачи нейроматематики

Нейросетевые методы:

- сжатия информации;
- кодирования информации;
- распознавания образов;
- обработка сигналов;
- моделирование систем.

Понятие о нейрокомпьютерах. GPU, FPGA, DSP, мемристоры.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Нейронные сети : полный курс = Neural Networks. A Comprehensive Foundation, [учебное пособие] / Саймон Хайкин ; [перевод с английского]. Санкт-Петербург, Диалектика, 2019
2. Нейронные сети на персональном компьютере [Текст] / А. Н. Горбань, Д. А. Россиев, - Новосибирск, Наука, 1996

Дополнительная литература

1. Нейроинформатика [Текст] / Рос. акад. наук, - Новосибирск, Наука, 1998
2. Ф. Уоссермен. Нейрокомпьютерная техника: теория и практика. М. Мир - 1992.
3. А.Н.Горбань, В.Л.Дунин-Барковский, А.Н.Кирдин и др. Нейроинформатика. - Новосибирск: Наука. Сибирское предприятие РАН, 1998. - 296с.
4. Тархов Д.А. Нейронные сети. Модели и алгоритмы – Издательство: Радиотехника, 2005 г.
5. Комарцова Л.Г., Максимов А.В. Нейрокомпьютеры. Издание 2 – Издательство: МГТУ им. Баумана, 2004 г.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://lib.mipt.ru/> - электронная библиотека Физтеха
<http://www.edu.ru> - федеральный портал «Российское образование».
<http://benran.ru> - библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
<http://www.elibrary.ru> - научная электронная библиотека
<http://cyberleninka.ru> - научная электронная библиотека «Киберленинка»
<https://ieeexplore.ieee.org> – библиотека общества IEEE
<http://www.deeplearningbook.org/> - онлайн книга по глубокому обучению
<http://matlab.exponenta.ru> – пособия, примеры, форум по применению Матлаб, Simulink и Neural Network Toolbox

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе практических занятий используются системы компьютерной алгебры и программные пакеты Matlab. Примеры расчетов типовых задач также приводятся в среде Matlab.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса «Нейроматематика» требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, семинаров, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- разработка программ и их экспериментальные исследования по теме занятия,
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение ставить и решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра интеллектуальных информационных систем и технологий
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Зачет

8 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Д.В. Пантюхин, ассистент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Нейроматематика» обучающийся должен:

знать:

- современные проблемы нейроматематики;
- базовые подходы, методы и модели нейронных сетей, позволяющие решать математические задачи;
- основные методы решения математических задач с использованием нейронных сетей;
- теоретические и практические аспекты подхода для анализа различных моделей нейронных сетей, настройки их структуры и параметров, в частности с помощью метода обратного распространения ошибки.

уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных математических задач, в том числе аппроксимации, классификации, экстраполяции данных, решения дифференциальных уравнений;
- делать корректные выводы из сопоставления результатов теоретического и компьютерного моделирования (эксперимента);
- производить численные оценки эффективности решения задачи;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- планировать численный эксперимент и составлять план эксперимента;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.
- строить современные прикладные нейросетевые алгоритмы для решения математических задач.

владеть:

- прикладным аппаратом нейронных сетей и нейроматематики;
- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования задач;
- навыками грамотной обработки результатов эксперимента и сопоставления с теоретическими данными;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач;
- методами решения широкого спектра современных математических задач с использованием нейросетевых технологий.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Перечень контрольных вопросов:

Отметьте правильный ответ:

1. Может ли сверточная нейронная сеть использоваться для решения дифференциальных уравнений в частных производных?

-может, но только если в ней есть обратные связи

-не может

-может

-невозможно ответить

2. Может ли многослойный персептрон использоваться для решения дифференциальных уравнений в частных производных?

-невозможно ответить

-может

-может, но только если в нем есть обратные связи

-не может

3. Какая величина не используется для вычисления ошибки решения дифференциального уравнения с помощью нейронной сети

-входы в нейронную сеть

-разница между найденным и требуемым значениями выхода нейронной сети на границе области решения

-невязка уравнения

-разница между найденными и требуемыми значениями весовых коэффициентов нейронной сети

4. Нейронная сеть способна решать системы матричных уравнений?

-да, но только если число переменных мало (меньше 100)

-нет

-нет, исключая случай когда матричное уравнение вырождается в тождество

-да

5. Для решения задачи прогнозирования с помощью нейронной сети можно использовать

-нейронные сети для этой задачи не используются вообще

-только нейронные сети с обратными связями

-нейронные сети как с обратными, так и без обратных связей

-только нейронные сети без обратных связей

6. Можно ли использовать сверточную нейронную сеть для экстраполяции?

-можно безусловно

-можно только если она не содержит обратные связи

-можно только если она содержит обратные связи

-нет, нельзя, она предназначена только для изображений (фотографий)

7. Для прогнозирования с помощью нейронной сети используются

-предыдущие отсчеты первого входного сигнала и последующие отсчеты второго входного сигнала

-текущий и предыдущие отсчеты входных сигналов

-текущий и последующие отсчеты входных сигналов

-только текущие отсчеты входных сигналов

8. Нейронная сеть для экстраполяции содержит обратную связь, можно ли обучать ее с помощью метода обратного распространения ошибки или его модификации

-можно только для сети типа NARX у которой обратная связь идет с выхода на вход

-можно, если правильно посчитать производные

-нельзя, потому что при наличии обратной связи функция ошибки не дифференцируемая

-нельзя для сети NARX, но можно для других сетей

Практическое задание

На плоскости задана параметрическая кривая:

$$x(t) = 16 \cdot \sin(t)^3;$$

$$y(t) = 13 \cdot \cos(t) - 5 \cdot \cos(2 \cdot t) - 2 \cdot \cos(3 \cdot t) - \cos(4 \cdot t)$$

$$t = 0:0.01:10 \cdot \pi$$

Построить сеть NAR, которая могла бы генерировать такую кривую. Для этого обучить сеть на соответствующих точках при $t = 0:0.01:10 \cdot \pi$

Для лучшего обучения можно добавлять к исходным координатам при обучении (только при обучении) шум, случайно равномерно распределенный в диапазоне $-0.5 \dots 0.5$

Подобрать структуру сети так, чтобы отклонение сгенерированной кривой от истинной, заданной формулой (без шума), было не более ± 1.5 , даже на тесте для $t = 0:0.01:20 \cdot \pi$.

Поскольку результат может зависеть от начальных условий, то из 5 запусков сети, хотя бы один должен давать правильный результат (при желании можно зафиксировать начальные условия для которых сеть обучается корректно).

Для обучающих данных построить графики зависимости координат x и y от времени, сгенерированные нейронной сетью и истинные (разным цветом).

Для тестовых данных построить зависимость координаты x от координаты y , сгенерированные нейронной сетью и истинные (разным цветом).

В отчет привести все требуемые графики, описать используемую нейронную сеть и ее параметры, приложить код отдельным файлом.

Подсказка: экспериментируйте с числом задержек в обратной связи, попробуйте несколько скрытых слоев, не забывайте про шум – очень помогает обобщению!

За каждое задание студент получает оценку в соответствии с таблицей критериев оценивания. Эта оценка учитывается при семестровой аттестации

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Метод обратного распространения ошибки.
2. Структура НС для аппроксимации функций.
3. Структура НС для экстраполяции функций.
4. Структура НС для решения дифференциальных уравнений.
5. Структура НС для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Примеры контрольных заданий:

1. Разработать программу нейросетевой аппроксимации функций.
2. Разработать программу нейросетевой экстраполяции функций.
3. Разработать программу решения дифференциальных уравнений с использованием нейронной сети.
4. Разработать программу решения систем линейных алгебраических уравнений с использованием нейронной сети.

Примеры билетов:

Билет №1.

1. Метод обратного распространения ошибки.
2. Структура НС для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Билет №2.

1. Разработать программу нейросетевой экстраполяции функций.
2. Структура НС для экстраполяции функций.

Критерии оценивания

Оценка отлично (10) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (9) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (8) выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо (7) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо (6) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо (5) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно (4) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно (3) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно (2) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно (1) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Дифференцированный зачет проводится в устной форме.

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 20 минут на подготовку. Опрос обучающегося проводится в течение 30 минут.

Во время проведения дифференцированного зачета и зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.