

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Избранные главы теории оптимизации. Приложения теории экстремума
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии
	Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий
	кафедра проблем передачи информации и анализа данных
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Всего часов: 45, всего зач. ед.: 1

Программу составил: Г.Г. Магарил-Ильяев, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем передачи информации и анализа данных 15.05.2020

Аннотация

Общая теория экстремальных задач, то есть задач на максимум и минимум, начала активно развиваться с середины прошлого века, и важным стимулом для этого послужило появление нового класса задач, возникших из потребностей практики, которые стали называть задачам оптимального управления. В настоящем курсе излагаются методы и подходы, принятые в современной теории экстремума. Основное внимание уделяется вопросам получения необходимых условий экстремума для различных классов задач (нелинейного и выпуклого программирования, вариационного исчисления и оптимального управления). Эти условия подчинены единому принципу, а именно, принципу Лагранжа. Можно сказать, что проверка этого принципа для указанных классов задач, но с единого взгляда на все проблематику, и составляет основное содержание первой части курса. Вторая часть курса посвящена основам выпуклого анализа – достаточно новому разделу математики, где изучают выпуклые множества, выпуклые функции и выпуклые экстремальные задачи. Помимо детального изучения свойств указанных объектов, особое внимание уделяется феномену двойственности, сопутствующему выпуклости. Кроме того, рассматриваются различные приложения выпуклого анализа к задачам математического анализа, геометрии и теории оптимального восстановления значений линейных операторов на классах элементов, известных приближенно.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать представление о современном состоянии теории экстремальных задач и об основных ее приложениях.

Задачи дисциплины

- научиться выводить необходимые условия экстремума в различных экстремальных задачах (математического и выпуклого программирования, вариационного исчисления и оптимального управления) на основе принципа Лагранжа и уметь исследовать полученные соотношения;
- научиться применять методы теории экстремума к задачам оптимального восстановления линейных функционалов по неточным исходным данным.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.3 Умеет производить оценку точности численных методов, используемых на ЭВМ, вычислительной сложности используемых алгоритмов и объема требуемых вычислительных ресурсов
	ПК-3.2 Знает области и критерии применимости используемых теоретических подходов и умение оценивать точность приближенных аналитических методов вычислений
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- математические постановки основных задач теории экстремума;
- необходимые условия экстремума в гладких и выпуклых задачах без ограничений и эвристический принцип Лагранжа вывода необходимых условий экстремума в задачах с ограничениями.

уметь:

- решать задачи на нахождение точек экстремума гладких функций многих переменных;
- решать задачи линейного и выпуклого программирования;
- решать задачи вариационного исчисления (простейшая задача, задача Больца, задача Лагранжа);
- решать задачи оптимального управления.

владеть:

- навыком освоения большого объема информации;
- навыками постановки научно-исследовательских задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Выпуклая оптимизация и двойственность.	5	5		5
2	Принцип Лагранжа в задачах вариационного исчисления и оптимального управления.	5	5		5
3	Условия экстремума второго порядка в гладких задачах.	5	5		5
Итого часов		15	15		15
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		45 час., 1 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

1. Выпуклая оптимизация и двойственность.

Элементы выпуклого анализа, выпуклой двойственности и выпуклого исчисления.
 Двойственность в выпуклом и линейном программировании.
 Ляпуновские задачи. Теорема А.А. Ляпунова.

2. Принцип Лагранжа в задачах вариационного исчисления и оптимального управления.

Принцип Лагранжа для гладко-выпуклых задач.
 Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа вариационного исчисления.
 Принцип Лагранжа для задачи оптимального управления.

3. Условия экстремума второго порядка в гладких задачах.

Гладкие задачи без ограничений.
 Гладкие задачи с ограничениями типа равенств.
 Гладкие задачи с ограничениями типа равенств и неравенств (теорема Левитина-Милютина-Осмоловского).

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием (проектор или плазменная панель), доска, ноутбук.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Оптимальное управление [Текст] : учебник для вузов / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин .— М. : Физматлит, 2005 .— 384 с.

фонд литературы кафедры

2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. Изд-е 3-е. М.: Физматлит, 2007.

3. Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Выпуклый анализ и его приложения. Изд-е 3-е. М.: УРСС, 2011.

4. Арутюнов А.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М. Принцип максимума Понтрягина. Доказательство и приложения. М.: Факториал Пресс, 2006.

5. Галеев Э.М., Зеликин М.И., Конягин С.В., Магарил-Ильяев Г.Г., Осмоловский Н.П., Протасов В.Ю., Тихомиров В.М., Фурсиков А.В. Оптимальное управление. М.: МЦНМО, 2008.

Дополнительная литература

1. Выпуклый анализ и его приложения [Текст] / Г. Г. Магарил-Ильяев, В. М. Тихомиров .— 3-е изд., испр. — М. : Кн. дом "ЛИБРОКОМ", 2011 .— 176 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра проблем передачи информации и анализа данных
курс:	3
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Г.Г. Магарил-Ильяев, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.3 Умеет производить оценку точности численных методов, используемых на ЭВМ, вычислительной сложности используемых алгоритмов и объема требуемых вычислительных ресурсов
	ПК-3.2 Знает области и критерии применимости используемых теоретических подходов и умение оценивать точность приближенных аналитических методов вычислений
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Избранные главы теории оптимизации. Приложения теории экстремума» обучающийся должен:

знать:

- математические постановки основных задач теории экстремума;
- необходимые условия экстремума в гладких и выпуклых задачах без ограничений и эвристический принцип Лагранжа вывода необходимых условий экстремума в задачах с ограничениями.

уметь:

- решать задачи на нахождение точек экстремума гладких функций многих переменных;
- решать задачи линейного и выпуклого программирования;
- решать задачи вариационного исчисления (простейшая задача, задача Больца, задача Лагранжа);
- решать задачи оптимального управления.

владеть:

- навыком освоения большого объема информации;
- навыками постановки научно-исследовательских задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Необходимые условия экстремума в гладкой конечномерной задаче без ограничений.
2. Правило множителей Лагранжа в гладкой конечномерной задаче с ограничениями типа равенств.
3. Выпуклые множества и выпуклые функции. Теорема отделимости.
4. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Каруша-Куна-Таккера.
5. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.
6. Задача Больца вариационного исчисления. Необходимые условия экстремума.
7. Задача Лагранжа вариационного исчисления. Уравнение Эйлера-Лагранжа.
8. Изопериметрическая задача. Необходимые условия экстремума.
9. Задачи со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
10. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.

Примерный перечень билетов:

Билет №1.

1. Правило множителей Лагранжа в гладкой конечномерной задаче с ограничениями типа равенств.
2. Постановка задачи выпуклого программирования. Теорема Каруша-Куна-Таккера.

Билет №2.

1. Выпуклые множества и выпуклые функции. Теорема отделимости.
2. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.