

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Проректор по учебной работе**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Прикладная линейная алгебра
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра проблем передачи информации и анализа данных
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 15 час.

Всего часов: 45, всего зач. ед.: 1

Программу составил: Ю.П. Бибило, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем передачи информации и анализа данных 15.05.2020

## Аннотация

Курс “Прикладная линейная алгебра” направлен на ознакомление студентов третьего курса со стандартными задачами вычислительной линейной алгебры (ВЛА) и, связанными с ними алгоритмами, оценками погрешностей вычислений и теоремами линейной алгебры. Эти задачи относятся к трем темам: решение линейных алгебраических систем с невырожденной квадратной матрицей (метод LU разложения, метод Холецкого), линейная задача наименьших квадратов (методы, связанные с вычислением QR разложения, сингулярные разложения), и сингулярные задачи (итерационные методы вычисления собственного значения, разложения Шура). В процессе обучения студентам даются маленькие теоретические задания, а также практические задания на программирование.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Дать представление об основных алгоритмах вычислительной алгебры и их обоснования.

#### Задачи дисциплины

- обучить студентов основным алгоритмам вычислительной линейной алгебры вместе с их строгим математическим обоснованием;
- научить оценивать достоинства и недостатки алгоритмов при решении задачи с точки зрения их точности и затратности;
- научить реализовывать эти алгоритмы в пакете Matlab.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.1 Знает принципы работы и диапазоны рабочих параметров используемого научного оборудования
	ПК-3.3 Умеет производить оценку точности численных методов, используемых на ЭВМ, вычислительной сложности используемых алгоритмов и объема требуемых вычислительных ресурсов

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные задачи, алгоритмы и теоремы вычислительной линейной алгебры.

уметь:

- применять алгоритмы вычислительной линейной алгебры;
- оценивать сложность и погрешность алгоритмов;
- реализовывать алгоритмы с помощью пакета Matlab.

владеть:

- навыком отыскания оптимального пути решения задачи;
- навыками оценки необходимых затрат машинного времени для решения поставленной задачи.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение.	1	1		
2	Итеративные методы для решения линейных систем.	2	2		
3	Линейные системы общего вида.	2	2		
4	Линейные системы специального вида.	1	1		1
5	Метод наименьших квадратов.	2	2		1
6	Методы Крыловского типа.	2	2		1
7	Несимметричная проблема собственных значений.	2	2		1
8	Предобуславливание.	2	2		1
9	Симметричная проблема собственных значений.	1	1		10
Итого часов		15	15		15
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		45 час., 1 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

##### 1. Введение.

Типичные задачи вычислительной линейной алгебры. Матричный анализ. Теория возмущений и числа обусловленности. Вычисления с конечной точностью. Анализ сложности алгоритмов. Краткий обзор программных библиотек (BLAS, LAPACK).

##### 2. Итеративные методы для решения линейных систем.

Необходимость итеративных методов. Стандартные итерации. Метод сопряженных градиентов. Связь с методом Ланцоша. GMRES.

##### 3. Линейные системы общего вида.

Треугольные системы. LU-разложение. Анализ ошибок округления. Улучшения алгоритма.

##### 4. Линейные системы специального вида.

Симметричные положительно определенные матрицы. Симметричные неопределенные матрицы. Ленточные матрицы. Разреженные матрицы. LDMT и LDLT разложения.

##### 5. Метод наименьших квадратов.

Ортогональные матрицы. Матрицы Хаус-холдера и Гивенса. QR-разложение. SVD-разложение. Сравнение эффективности методов.

## 6. Методы Крыловского типа.

Крыловские подпространства. Метод Арнольди. Метод Ланцоша для эрмитовых матриц. Сходимость процесса Ланцоша. Сходимость процесса Арнольди. Практическая реализация метода Ланцоша в неточной арифметике. Библиотека ARPACK.

## 7. Несимметричная проблема собственных значений.

Свойства и разложения. Хессенбергова форма и форма Шура. Теория возмущений. Степенной метод. Обратный метод. Устойчивый QR метод. QR метод с неявными сдвигами. Сравнение производительности и точности методов.

## 8. Предобуславливание.

Необходимость предобуславливания при решении линейных систем и задач на собственные значения. ILU и IC предобуславливатели. Обращение и сдвиг. Полиномиальное предобуславливание. Метод Давидсона.

## 9. Симметричная проблема собственных значений.

Симметричный QR. SVD. Методы Якоби. Метод "разделяй и властвуй". Сравнение производительности и точности методов.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием (проектор или плазменная панель), доска, ноутбук.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Линейная алгебра и некоторые ее приложения [Текст] : учебное пособие для вузов : доп. М-вом высш. и сред. спец. образов. СССР / Л. И. Головина .— М. : Наука, 1971 .— 288 с. фонд литературы кафедры
2. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. Мир, 1999. – 548 с.
3. Saad Y. Numerical Methods for Large Scale Eigenvalue problems. 1992. – 358 p. [имеется в библиотечном фонде кафедры]
4. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. Мир, 2001. – 435 с.
5. Saad Y. Iterative Methods for Sparse Linear Systems. SIAM, 2003. – 528 с. [имеется в библиотечном фонде кафедры]

### Дополнительная литература

1. Матричные вычисления [Текст] = Matrix Computations : [учеб. пособие для вузов] / Дж. Голуб, Ч. Ван Лоун ; пер. с англ. Ю. М. Нечепуренко и др. ; под ред. В. В. Воеводина .— М. : Мир, 1999 .— 548 с.

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия, аксиомы, методы доказательств.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- подготовку к зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра проблем передачи информации и анализа данных
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Зачет	
<b>Разработчик:</b>	Ю.П. Бибило, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.2 Имеет глубокое знание и понимание базовых математических дисциплин
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
ПК-3 Способен выбирать и применять подходящее оборудование, инструменты и методы исследований для решения задач в избранной предметной области	ПК-3.1 Знает принципы работы и диапазоны рабочих параметров используемого научного оборудования
	ПК-3.3 Умеет производить оценку точности численных методов, используемых на ЭВМ, вычислительной сложности используемых алгоритмов и объема требуемых вычислительных ресурсов

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Прикладная линейная алгебра» обучающийся должен:

### знать:

- основные задачи, алгоритмы и теоремы вычислительной линейной алгебры.

### уметь:

- применять алгоритмы вычислительной линейной алгебры;
- оценивать сложность и погрешность алгоритмов;
- реализовывать алгоритмы с помощью пакета Matlab.

### владеть:

- навыком отыскания оптимального пути решения задачи;
- навыками оценки необходимых затрат машинного времени для решения поставленной задачи.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Решение систем линейных уравнений методом гауссова исключения (LU-разложение).
2. Оценка чисел обусловленности линейных систем.
3. Системы с симметрической матрицей и ленточные системы. Разложение Холесского.
4. Линейная задача наименьших квадратов. Методы отражений Хаусхолдера и вращений Гивенса. QR-разложение.
5. Линейная задача наименьших квадратов. Синглярное разложение.
6. Проблема отыскания собственных значений. Формы Хессенберга и Шура. Отыскание собственных векторов с помощью формы Шура.
7. Степенной метод и метод обратных итераций. Нахождение формы Шура методами ортогональных итераций и QR-итераций.
8. Отыскание собственных значений и собственных векторов симметричной матрицы: метод «разделяй и властвуй» и метод Якоби.
9. Нахождение сингулярного разложения с помощью алгоритмов нахождения собственных значений и собственных векторов симметричных матриц.

10. Системы с неявно заданной матрицей. Крыловские подпространства. Методы Арнольди и Ланцоша. Решение системы с помощью крыловских подпространств.

11. Итеративные методы.

#### Критерии оценивания

Оценка зачет - выставляется студенту, показавшему знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач.

Оценка незачет - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.