

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
радиотехники и компьютерных
технологий**

А.В. Дворкович

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория массового обслуживания
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра инфокоммуникационных систем и сетей
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: К.В. Семенихин, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры инфокоммуникационных систем и сетей 20.04.2020

Аннотация

В данном курсе излагаются основы теории массового обслуживания, которая изучает процессы обработки большого объема требований с учетом очередности их поступления. Актуальность исследования систем массового обслуживания объясняется широким спектром прикладных проблем в самых разных областях: определение пропускной способности телекоммуникационных систем и сетей беспроводной связи, анализ производительности вычислительных комплексов, планирование транспортной инфраструктуры, оптимизация технологического процесса на производствах, разнообразные задачи, связанные с повышением качества обслуживания в учреждениях здравоохранения, магазинах, гостиницах и т.д.

В течение двухсеместрового курса обучающиеся знакомятся с базовыми моделями систем массового обслуживания и математическим аппаратом для их исследования. В первом семестре изучаются основы теории потоков (пуассоновский поток, потоки Пальма, процессы восстановления) и методы марковских процессов (марковские цепи, процессы рождения и гибели); во втором семестре - модели систем (одноканальные и многоканальные) и модели сетей массового обслуживания (сети Джексона и Виттла), а также методы их анализа (формулы Литтла, Эрланга, уравнения Колмогорова).

Для успешного прохождения курса необходимо посещение и конспектирование лекций, выполнение домашних заданий и проведение самостоятельной работы с основными и дополнительными литературными источниками.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

— изучение основ теории массового обслуживания и ознакомление с базовыми моделями систем массового обслуживания.

Задачи дисциплины

- освоение основ теории массового обслуживания;
- приобретение теоретических знаний о потоках событий, системах массового обслуживания и соответствующих случайных процессах;
- освоение методов исследования важнейших систем массового обслуживания;
- приобретение навыков построения математических моделей реально существующих систем массового обслуживания.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку данных технической и (или) иной информации	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности

обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия теории массового обслуживания, а именно, рекуррентный поток (пуассоновский поток и поток Пальма), марковский процесс рождения-гибели, стационарное распределение вероятностей, сетевые процессы Джексона и Виттла;
- основные факты теории массового обслуживания, такие как, теорема об эквивалентных способах описания пуассоновского потока, теоремы о прореживании и суперпозиции потоков, формулы Литтла, Эрланга, уравнения Колмогорова для определения стационарных вероятностей состояний процесса рождения-гибели.

уметь:

- строить математические модели реальных систем массового обслуживания;
- проводить компьютерное моделирование процессов, описывающих работу типовых систем массового обслуживания;
- определять основные вероятностные характеристики систем массового обслуживания и соответствующих им случайных процессов.

владеть:

- методами описания систем массового обслуживания, методами нахождения вероятностных характеристик соответствующих случайных процессов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение в теорию массового обслуживания	5			2
2	Необходимые сведения из теории вероятностей	5			2
3	Пуассоновский поток	4			2
4	Элементы теории восстановления	5			3
5	Однородные и неоднородные потоки	4			2
6	Прореживание потоков	4			2
7	Суперпозиция потоков	3			2
8	Элементарные методы теории массового обслуживания	6			6
9	Формула Литтла	4			4
10	Уловно-пуассоновские потоки	5			5
11	Метод построения точек восстановления	5			5
12	Процессы рождения и гибели	5			5

13	Основы теории марковских сетей	5			5
Итого часов		60			45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Введение в теорию массового обслуживания

Системы массового обслуживания в окружающей нас жизни. Символика Д. Кендалла для обозначения моделей. Примеры алгебраического описания моделей. Проблемы построения и исследования систем.

2. Необходимые сведения из теории вероятностей

Некоторые факты из теории вероятностей. Случайные величины и их распределения. Моменты случайных величин. Теорема о вычислении моментов. Примеры дискретных и непрерывных распределений. Преобразование Лапласа—Стилтьеса и производящая функция.

3. Пуассоновский поток

Определение рекуррентного потока. Теорема об эквивалентных определениях пуассоновского потока.

4. Элементы теории восстановления

Элементы теории восстановления. Представления для функции восстановления. Уравнения восстановления. Теорема о единственности потока Пуассона. Поток Пальма. Элементарная теорема восстановления Смита.

5. Однородные и неоднородные потоки

Неоднородный поток Пуассона. Некоторые свойства рекуррентных потоков. Стационарность рекуррентных потоков с задержкой.

6. Прореживание потоков

Прореживание потоков. Геометрическое просеивание, теорема Реньи. Построение потока с требуемой функцией распределения.

7. Суперпозиция потоков

Суперпозиция потоков. Теорема Григелиониса.

Семестр: 8 (Весенний)

8. Элементарные методы теории массового обслуживания

Элементарные методы теории массового обслуживания. Система $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$. Среднее число и дисперсия. Длина очереди. Длительность ожидания обслуживания. Полное время пребывания в системе.

9. Формула Литтла

Формула Литтла и схема ее доказательства для произвольной системы.

10. Уловно-пуассоновские потоки

Метод условно-пуассоновского потока. Распределение числа обслуживающих заявок в системе $M\lambda | GI | \infty$. Выходной поток системы.

11. Метод построения точек восстановления

Метод построения точек восстановления. Длительность периода занятости системы $M\lambda | GI | 1 | \infty$. Среднее число заявок в системе $M\lambda | GI | 1 | \infty$. Периоды занятости и простоя в системе $GI | M\mu | 1 | \infty$. Количество обслуженных заявок в период занятости.

12. Процессы рождения и гибели

Процесс рождения и гибели в приложении к ТМО. Нахождение стационарных вероятностей. Основные характеристики модели $M\lambda | M\mu | m | n$. Некоторые частные случаи этой модели. Выходной поток системы $M\lambda | M\mu | m | \infty$. Теорема Бёрке.

13. Основы теории марковских сетей

Основы теории марковских сетей. Слияние и расщепление пуассоновских потоков. Процессы, используемые при моделировании сетей. Тандем как простейший пример сети. Сетевые процессы Джексона. Нахождение стационарных распределений. Некоторые свойства скачкообразных марковских процессов. Процессы Виттла. Теорема Виттла.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. Изд. 4-е; испр. М.: ЛКИ, 2007.
2. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания / под ред. Б.В. Гнеденко. Изд. 2-е; стер. М.: Едиториал УРСС, 2004.
3. Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н. Теория массового обслуживания. М.: Высш. шк., 1982.

Дополнительная литература

1. Kalashnikov V.V. Mathematical methods in queueing theory. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 1994.
2. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2002.
3. Miller B.M. Optimization of queueing system via stochastic control // Automatica, 2009, Vol. 45, pp. 1423–1430.
4. Серебровский А.П. Курс лекций по математическим методам теории массового обслуживания — <http://frtk.ru/forstudents/study/studyMaterials/4kurs/TMO2010-arpggwlikuv.pdf>
5. Саати Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения. М.: Сов. радио, 1965.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru> – электронная библиотека Физтеха.
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> – библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
4. <http://frtk.ru/forstudents/study/studyMaterials/4kurs/>
5. <http://lib.dyndns.tv/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Мультимедийные технологии. MS PowerPoint , демонстрация презентаций.

Необходимое программное обеспечение: Acrobat Reader 9, математические пакеты MATLAB 7 и MAPLE 11.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения, понятия.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку к дифференцированному зачету.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Радиотехника и компьютерные технологии Физтех-школа Радиотехники и Компьютерных Технологий кафедра инфокоммуникационных систем и сетей
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

7 (осенний) - Дифференцированный зачет

8 (весенний) - Экзамен

Разработчик: К.В. Семенихин, д-р физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
	УК-1.5 Определяет и оценивает практические последствия возможных вариантов решения задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-4 Способен осуществлять сбор и обработку научно-технической и (или) технологической информации для решения фундаментальных и прикладных задач	ОПК-4.1 Владеет методами научного поиска и интеллектуального анализа информации при решении задач профессиональной деятельности
	ОПК-4.4 Владеет навыками работы с компьютером и компьютерными сетями с целью получения, хранения и обработки научной (технической, технологической) информации
ПК-4 Способен критически оценивать применимость используемых методик и методов	ПК-4.1 Знает численные порядки величин, характерных для соответствующей профессиональной области
	ПК-4.3 Способен обосновать причинно-следственные отношения используемых понятий и моделей

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория массового обслуживания» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия теории массового обслуживания, а именно, рекуррентный поток (пуассоновский поток и поток Пальма), марковский процесс рождения-гибели, стационарное распределение вероятностей, сетевые процессы Джексона и Виттла;
- основные факты теории массового обслуживания, такие как, теорема об эквивалентных способах описания пуассоновского потока, теоремы о прореживании и суперпозиции потоков, формулы Литтла, Эрланга, уравнения Колмогорова для определения стационарных вероятностей состояний процесса рождения-гибели.

уметь:

- строить математические модели реальных систем массового обслуживания;
- проводить компьютерное моделирование процессов, описывающих работу типовых систем массового обслуживания;
- определять основные вероятностные характеристики систем массового обслуживания и соответствующих им случайных процессов.

владеть:

- методами описания систем массового обслуживания, методами нахождения вероятностных характеристик соответствующих случайных процессов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Контрольные вопросы по материалу I-го модуля (7-й семестр) для сдачи дифференцированного зачета:

- описать алгебраическую модель систем вида $GI | GI | m | n$;
- как смоделировать работу системы $M\lambda | M\mu | m | n$;
- какое распределение имеет минимум независимых экспоненциальных случайных величин;
- как смоделировать случайную величину, распределенную по закону Эрланга;
- каково совместное распределение первых n моментов простейшего потока;
- каково распределение числа событий, произошедших в простейшем потоке на фиксированном интервале времени;
- каково совместное распределение числа событий, произошедших в простейшем потоке на k непересекающихся интервалах времени, если общее число событий равно n ;
- каково распределение времени от текущего момента до наступления очередного события в простейшем потоке;
- каково распределение времени от предыдущего события в простейшем потоке до текущего момента;
- каково распределение времени между событиями соседними событиями в простейшем потоке;
- чему равно среднее число событий, произошедших на промежутке $[0, t]$ в потоке Пальма интенсивности λ ;
- описать рекуррентный поток событий с линейной функцией восстановления;
- чему равно среднее число событий, произошедших на длительном интервале времени в рекуррентном потоке с задержкой;
- в каком случае рекуррентный поток с задержкой будет стационарным;
- описать поток, получаемый из простейшего путем удаления из него каждого второго события;
- описать поток, получаемый из простейшего путем геометрического просеивания;
- как проредить пуассоновский поток, чтобы получить рекуррентный поток с заданной функцией распределения;
- какой поток возникнет в результате суперпозиции двух независимых пуассоновских потоков с интенсивностями λ и μ соответственно;
- какой поток возникнет в результате суперпозиции большого числа независимых потоков Пальма с одинаковыми характеристиками.

Контрольные вопросы по материалу II-го модуля (8-й семестр) для сдачи экзамена:

- каково стационарное распределение числа заявок, находящихся в системе $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$, если задан коэффициент загрузки ρ ;
- вычислить математическое ожидание и дисперсию числа заявок, находящихся в системе $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$ в установившемся режиме;
- вычислить среднюю длину очереди, образующуюся в системе $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$ в установившемся режиме;
- определить (в установившемся режиме) среднее время ожидания обслуживания в системе $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$;
- определить (в установившемся режиме) среднее полного времени обслуживания в системе $M\lambda | M\mu | 1 | \infty$;
- определить стационарное распределение числа заявок в системе $M\lambda | GI | \infty$;
- будет ли со временем неограниченно расти число заявок в системе $M\lambda | GI | \infty$;
- каким будет поток обслуженных заявок в системе $M\lambda | GI | \infty$ на продолжительном интервале времени;
- вычислить среднюю длительность периода занятости в системе $M\lambda | GI | 1 | \infty$;

- определить среднее число заявок, обслуживаемых за период занятости в системе $M\lambda \mid GI \mid 1 \mid \infty$;
- пользуясь готовой формулой для преобразования Лапласа—Стилтьеса, определить моментные характеристики длительности периодов занятости и простоя в системе $GI \mid M\mu \mid 1 \mid \infty$;
- в каком случае среднее число заявок, обслуживаемых за период занятости в системе $GI \mid M\mu \mid 1 \mid \infty$, будет конечным;
- для заданного процесса рождения-гибели определить стационарное распределение вероятностей;
- определить вероятность потери заявки в системе $M\lambda \mid M\mu \mid 3$, если $\lambda = 2\mu$;
- сколько приборов m необходимо задействовать в системе $M\lambda \mid M\mu \mid m$, где $\lambda = \mu$, чтобы вероятность потери заявки оказалась меньше 0,001;
- каким будет стационарное распределение числа заявок в системе $M\lambda \mid M\mu \mid \infty$;
- каким будет поток обслуженных заявок в системе $M\lambda \mid M\mu \mid m \mid \infty$;
- каково распределение между последовательными моментами ухода заявок, обслуженных системой $M\lambda \mid M\mu \mid m \mid \infty$;
- определить долю времени, в течение которого первый узел марковской сети загружен больше второго, если сеть составлена из двух систем $M\lambda \mid M\mu_j \mid 1 \mid \infty$ ($j = 1, 2$);
- насколько долго в среднем первый узел марковской сети остается загруженным сильнее второго, если сеть состоит из двух узлов $M\lambda \mid M\mu_j \mid 1 \mid \infty$ ($j = 1, 2$).

Примеры билетов для проведения экзамена:

Билет 1.

1. описать алгебраическую модель систем вида $GI \mid GI \mid m \mid n$;
2. насколько долго в среднем первый узел марковской сети остается загруженным сильнее второго, если сеть состоит из двух узлов $M\lambda \mid M\mu_j \mid 1 \mid \infty$ ($j = 1, 2$).

Билет 2.

1. как смоделировать работу системы $M\lambda \mid M\mu \mid m \mid n$;
2. определить долю времени, в течение которого первый узел марковской сети загружен больше второго, если сеть составлена из двух систем $M\lambda \mid M\mu_j \mid 1 \mid \infty$ ($j = 1, 2$);

Критерии оценивания

Оценка отлично (10) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (9) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (8) выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо (7) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо (6) выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо (5) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно (4) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно (3) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно (2) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно (1) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Экзамен и дифференцированный зачет проводится в устной форме.

При проведении зачета обучающемуся предоставляется 20 минут на подготовку. Опрос обучающегося проводится в течение 30 минут.

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется не менее 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена и дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.