

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау**

**А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в сеточно-характеристический метод
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра моделирования ядерных процессов и технологий
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 60 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 180, всего зач. ед.: 4

Программу составили:

В.И. Голубев, канд. физ.-мат. наук, доцент

А.В. Шевченко, инженер

Программа обсуждена на заседании кафедры моделирования ядерных процессов и технологий 12.04.2022

## Аннотация

Курс направлен на ознакомление студентов с основами сеточно-характеристического метода. Данный метод успешно применяется для моделирования сейсмических волн в гетерогенных геологических средах. Студенты познакомятся с теоретическими основами сеточно-характеристических численных методов на структурных и неструктурных расчётных сетках. При этом в начале курса будут повторены основные понятия: аппроксимация, устойчивость, сходимости, монотонность схем. Поскольку реальные геологические среды описываются достаточно сложными механико-математическими моделями, будет рассмотрен ряд приближений: акустическое, упругое изотропное, упругое анизотропное и двухконтинуальное приближение. Дополнительно будут рассмотрены отличия разных подходов к построению численного решения одной волновой задачи. Внимание будет уделено получению практических навыков реализации вычислительных методов. В ходе курса необходимо будет выполнить курсовой проект, заключающийся в разработке прикладного программного обеспечения на языке Python и/или C++.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Целью дисциплины является знакомство студентов с основами одного класса методов, используемых для решения гиперболических систем уравнений – сеточно-характеристическими методами. Студенты познакомятся с теоретическими основами сеточно-характеристических численных методов, математическими моделями, описывающими динамическое поведение акустических, упругих, анизотропных и пористых сред. Существенное внимание будет уделено получению практических навыков реализации исследовательских расчётных компьютерных программ. В ходе курса необходимо будет выполнить курсовой проект, заключающийся в разработке прикладного программного обеспечения на языке Python и/или C++.

### Задачи дисциплины

- формирование у обучающихся знаний по численным методам, применяемым для решения гиперболических систем уравнений;
- формирование у обучающихся знаний по аналитическому исследованию гиперболических систем уравнений;
- формирование умений и навыков реализации расчётных алгоритмов на языках Python/C++.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности

ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные основы построения численных методов решения гиперболических систем уравнений;
- понятия разностной задачи, аппроксимации, устойчивости, сходимости разностных схем;
- определяющие системы уравнений акустики, упругости, анизотропной упругости, двухконтинуальных систем.

уметь:

- аналитически исследовать гиперболические уравнения и системы уравнений;
- находить собственные числа и собственные вектора матриц аналитическими и численными методами;
- исследовать гиперболические уравнения и системы уравнений на аппроксимацию и устойчивость;
- строить структурные расчётные сетки;
- реализовывать на языке Python/C++ схемы на расширенном шаблоне;
- реализовывать на языке Python/C++ схемы на компактном шаблоне.

владеть:

- теоретическими и практическими знаниями о гиперболических системах уравнений и численных методах их решения.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа

1	Основы численных методов			5	10
2	Математические модели динамического поведения сред			5	10
3	Простейшее гиперболическое уравнение переноса			5	10
4	Сеточно-характеристический метод			5	10
5	Многомерные гиперболические задачи			5	10
6	Учёт различных реологий среды			10	10
7	Граничные условия и контакт между средами			10	10
8	Различные подходы к одной волновой задаче			15	20
Итого часов				60	90
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		180 час., 4 зач.ед.			

## 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

### Семестр: 3 (Осенний)

#### 1. Основы численных методов

Дифференциальная задача, разностная задача, понятия аппроксимации, устойчивости, сходимости. Численное исследование порядка сходимости схемы.

#### 2. Математические модели динамического поведения сред

Определяющие системы уравнений для акустического, линейно-упругого, анизотропного и пористого/насыщенного приближений.

#### 3. Простейшее гиперболическое уравнение переноса

Вид уравнения, аналитическое решение, область зависимости, граничное и начальное условия.

#### 4. Сеточно-характеристический метод

История развития, прямой и обратный методы, понятие характеристик, инвариантов Римана.

#### 5. Многомерные гиперболические задачи

Метод расщепления по пространственным направлениям, метод расщепления по физическим процессам, структурные и неструктурные расчётные сетки.

#### 6. Учёт различных реологий среды

Каноническая запись для акустической среды, вид матриц системы, количество и значения собственных чисел и собственных векторов задачи. Особенности упругой, анизотропной и пористой сред.

#### 7. Граничные условия и контакт между средами

Явное выделение, количество условий на контакте, реализация граничных корректоров.

#### 8. Различные подходы к одной волновой задаче

Построение расчётных алгоритмов (конечно-разностный, псевдоспектральный, конечно-элементный, метод спектральных элементов, конечно-объёмный, разрывный метод Галёркина) на примере акустической/упругой динамической задачи.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Персональный компьютер или ноутбук с установленным компилятором Python/C++ и сторонними свободно распространяемыми библиотеками.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Язык программирования C++ [Текст] = The C++ Programming Language, [учеб. пособие для вузов] /Бьерн Страуструп ; пер. с англ. под ред. Н. Н. Мартынова. -М., БИНОМ, 2017
2. Программирование на Python 3 : Подробное руководство [Текст] = Programming in Python 3 : [учеб. пособие для вузов] / М. Саммерфилд; пер. с англ. А. Киселева .— СПб : Символ-Плюс, 2015 .— 608 с.

### **Дополнительная литература**

1. Лекции по вычислительной математике [Текст] / И. Б. Петров, А. И. Лобанов - М.БИНОМ. Лаб. знаний ; Интернет-Университет Информационных Технологий,2017

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лабораторных работах используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Microsoft Visual Studio, Jupiter Notebooks, Anaconda, Wolfram Mathematica и др.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Обучающийся курсу должен освоить основы численных методов, математические модели динамического поведения различных сред, сеточно-характеристический численный метод. Он должен научиться применять полученные знания на практике, реализовывать расчётные алгоритмы в виде программ на языке Python/C++. Освоение курса не сводится только к посещению занятий. Основой успешного прохождения курса является самостоятельная работа студента, которая включает в себя:

- проработку примеров программ и аналитических выкладок с занятий;
- выполнение домашних заданий;
- изучение дополнительных материалов по монографиям, статьям и справочникам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать вычислительные задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо самостоятельно решать задачи, писать программы на Python/C++. При решении задач стоит акцентировать внимание на качестве написанного кода и его наглядности, полном понимании всех этапов решения задачи. Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Выполнение домашних заданий является обязательным. Домашние задания могут быть частично или полностью заменены по решению преподавателя на несколько курсовых проектов. Способ оформления и отправки работ сообщается преподавателем дополнительно.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра моделирования ядерных процессов и технологий
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

#### Разработчики:

В.И. Голубев, канд. физ.-мат. наук, доцент  
А.В. Шевченко, инженер

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.1 Способен применять знания и навыки по использованию информационно-коммуникационных технологий для поиска и изучения научной литературы, применения прикладных программных продуктов
	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
	ОПК-5.2 Владеет навыком руководства малым коллективом в сфере своей профессиональной деятельности
	ОПК-5.3 Стремится к получению новых знаний, профессиональному и личностному росту

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в сеточно-характеристический метод» обучающийся должен:

**знать:**



- фундаментальные основы построения численных методов решения гиперболических систем уравнений;
- понятия разностной задачи, аппроксимации, устойчивости, сходимости разностных схем;
- определяющие системы уравнений акустики, упругости, анизотропной упругости, двухконтинуальных систем.

**уметь:**

- аналитически исследовать гиперболические уравнения и системы уравнений;
- находить собственные числа и собственные вектора матриц аналитическими и численными методами;
- исследовать гиперболические уравнения и системы уравнений на аппроксимацию и устойчивость;
- строить структурные расчётные сетки;
- реализовывать на языке Python/C++ схемы на расширенном шаблоне;
- реализовывать на языке Python/C++ схемы на компактном шаблоне.

**владеть:**

- теоретическими и практическими знаниями о гиперболических системах уравнений и численных методах их решения.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Примеры контрольных вопросов для текущего контроля освоения материала:

- 1) Дайте определение дифференциальной и разностной задач?
- 2) Что такое аппроксимация, устойчивость, сходимость разностной задачи?
- 3) Какие процессы описываются гиперболической системой уравнений?
- 4) Могут ли в акустической среде распространяться сдвиговые волны?
- 5) Сколько граничных условий необходимо для постановки задачи о динамической нагрузке пористой среды?

Примеры упражнений на проверку знаний:

- 1) Получите аналитически собственные значения и собственные вектора для акустической системы.
- 2) Реализуйте численное решение уравнения переноса в одномерном случае для постоянных коэффициентов.
- 3) Выведите интерполяционный полином для компактной продолженной схемы.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Перечень контрольных вопросов:

1. Гиперболическое уравнение и система уравнений. Аппроксимация, устойчивость и сходимость.
2. Сеточно-характеристический численный метод на примере многомерного уравнения переноса.
3. Акустическая среда: определяющие соотношения, канонический вид системы, начальные и граничные условия, область зависимости решения.
4. Упругая среда: определяющие соотношения, канонический вид системы, начальные и граничные условия, область зависимости решения
5. Анизотропная среда: определяющие соотношения, канонический вид системы, начальные и граничные условия, область зависимости решения
6. Пористая насыщенная среда: определяющие соотношения, канонический вид системы, начальные и граничные условия, область зависимости решения
7. Метод задания граничных условий при реализации вычислительного алгоритма для гиперболической задачи.
8. Реализация явного контактного условия в сеточно-характеристическом методе.
9. Схемы на расширенном шаблоне - порядок аппроксимации, исследование устойчивости.
10. Компактные продолженные схемы - общая идея, вывод основных соотношений, оценка порядка аппроксимации.

11. Точные аналитические решения - функция Грина, задача Лэмба, плоские продольные и поперечные волны.
12. Подходы к построению параллельного вычислительного алгоритма под современные высокопроизводительные системы.
13. Случай разрывных коэффициентов в гиперболическом уравнении - идеи реализации расчётного алгоритма.
14. Количество граничных условий, необходимых для постановки корректной математической задачи гиперболического типа.
15. Структурные и неструктурные расчётные сетки - преимущества и недостатки.

#### Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания предмета и в ходе беседы верно и детально ответившего на четыре (4) произвольных вопроса из выше приведенного перечня. Детальный ответ предполагает верные ответы на все уточняющие вопросы. Подготовка и успешная защита курсовой работы является преимуществом. Оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно, но не детально ответил на четыре (4) произвольных вопроса из выше приведенного перечня (мог не ответить на некоторые уточняющие вопросы). Подготовка и успешная защита курсовой работы является преимуществом. Оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно, но не детально ответил на четыре (4) произвольных вопроса из выше приведенного перечня (не ответил на все уточняющие вопросы). Оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно и достаточно детально ответил на три (3) произвольных вопроса из выше приведенного перечня. Детальный ответ предполагает верные ответы на все уточняющие вопросы. Подготовка и успешная защита курсовой работы является преимуществом. Оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно, но не детально ответил на три (3) произвольных вопроса из выше приведенного перечня (не ответил на некоторые уточняющие вопросы). Подготовка и успешная защита курсовой работы является преимуществом. Оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно и достаточно детально ответил на два (2) произвольных вопроса из выше приведенного перечня. Детальный ответ предполагает верные ответы на все уточняющие вопросы. Оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно и достаточно детально ответил на один (1) произвольный вопрос из выше приведенного перечня. Детальный ответ предполагает верные ответы на все уточняющие вопросы. Подготовка и успешная защита курсовой работы является преимуществом. Оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он верно, но не детально ответил на один (1) произвольный вопрос из выше приведенного перечня (не ответил на уточняющие вопросы). Оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он не смог ответить ни на один произвольный вопрос из выше приведенного перечня, но смог ответить на наводящие вопросы и вопросы с «подсказками». Оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, если в ходе беседы он не смог ответить ни на один произвольный вопрос из выше приведенного перечня, а так же ни на один наводящий вопрос.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится по итогам сдачи практических и теоретических заданий, предусмотренных программой дисциплины, путем организации специального опроса, проводимого в устной форме, а также защиты выпускного проекта. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.