

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Проректор по учебной работе и
довузовской подготовке**

А.А. Воронов

| | |
|----------------------------|--|
| | Рабочая программа дисциплины (модуля) |
| по дисциплине: | Теория вероятностей |
| по направлению: | Системный анализ и управление |
| профиль подготовки: | Системный анализ и управление в технических, экономических и социальных системах |
| | Физтех-школа Аэрокосмических Технологий |
| | кафедра высшей математики |
| курс: | 2 |
| квалификация: | бакалавр |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: А.В. Булинский, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 21.05.2020

Аннотация

Излагаемая теория описывает модели случайных экспериментов. Такого рода эксперименты (в которых невозможно заранее точно предсказать результат) изучаются в физике, биологии, технике, финансовой стохастической математике и других дисциплинах. Для моделирования вводится понятие вероятностного пространства, предложенное А.Н.Колмогоровым на основе общей теории меры. В курсе рассматривается ряд классических примеров и показывается, как формальные обобщения отражают естественные свойства частот, наблюдаемых (в примерно одинаковых условиях) событий. Наряду с элементарными свойствами вероятности и не только в рамках конечного числа равновероятных исходов устанавливаются формула полной вероятности и формула Байеса. Большое внимание уделяется примерам, позволяющим развивать вероятностную интуицию, например, детально рассматривается схема Бернулли. При этом определяется независимость событий, а также систем событий.

Особую роль играет понятие случайной величины как “измеримой функции элементарных исходов”, а также понятие ее распределения. Вводятся основные виды дискретных и абсолютно непрерывных распределений такие, как равномерное, биномиальное, Пуассона, экспоненциальное, нормальное и другие. С помощью интеграла Лебега определяются важные числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание и дисперсия. Доказывается ряд важнейших предельных теорем, справедливых при определенных условиях для последовательностей (независимых) случайных величин. К ним относятся варианты закона больших чисел и центральной предельной теоремы. Для этого устанавливается неравенство Чебышева, рассматриваются различные типы сходимости случайных величин, а также применяется аппарат характеристических функций (преобразований Фурье). Некоторые результаты даются и для моделей, описываемых случайными векторами.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- формирование базовых знаний по теории вероятностей для дальнейшего использования в других областях математики, естественнонаучных и гуманитарных дисциплинах;
- формирование математической культуры и исследовательских навыков;
- овладение методами анализа случайных явлений и процессов.

Задачи дисциплины

- приобретение обучающимися теоретических знаний, связанных с аксиоматикой теории вероятностей и ее применениями;
- умение распознавать и выделять вероятностные закономерности;
- свободное владение основными понятиями (вероятностное пространство, случайная величина, независимость и т.д.), формулами (полной вероятности, Байеса и др.) и классическими схемами (Бернулли, полиномиальной и др.);
- знание основных теорем (законы больших чисел, центральная предельная теорема и др.) и границы их применимости;
- развитие теоретико-вероятностной интуиции, т.е. умения строить математические модели, правильно отражающие те или иные стороны случайных явлений.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|---|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи |
| | УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи |
| | УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки |
| | УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки |

| | |
|--|--|
| УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни | УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития |
|--|--|

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- понятие вероятностного пространства;
- определения независимости событий и классов событий;
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты);
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции;
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции;
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

- применять основные теоремы и формулы:
- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства;
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей;
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций;
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

| № | Тема (раздел) дисциплины | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. | | | |
|---|---|---|----------|-----------------|----------------|
| | | Лекции | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
| 1 | Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель. | 6 | 6 | | 3 |
| 2 | Последовательности независимых испытаний. | 4 | 4 | | 6 |
| 3 | Дискретные случайные величины. | 4 | 6 | | 6 |
| 4 | Общая модель вероятностного пространства. | 6 | 6 | | 6 |
| 5 | Законы больших чисел и центральная предельная теорема. | 6 | 6 | | 3 |
| 6 | Цепи Маркова: основные понятия и свойства. | 2 | 2 | | 6 |
| 7 | Ветвящиеся процессы. | 2 | | | |

| | | | | |
|-----------------------|--------------------|----|--|----|
| Итого часов | 30 | 30 | | 30 |
| Подготовка к экзамену | 0 час. | | | |
| Общая трудоёмкость | 90 час., 2 зач.ед. | | | |

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

1. Вероятностное пространство и дискретная вероятностная модель.

Теоретико-множественная модель событий. Определение вероятности. Элементы комбинаторики. Статистики Максвелла-Больцмана, Ферми-Дирака и Бозе-Эйнштейна. Геометрические вероятности. Алгебры множеств и разбиения. Простейшие свойства вероятности на конечной алгебре событий. Теорема сложения. Условная вероятность. Теорема умножения, формула полной вероятности, формула Байеса. Определения независимости событий и классов событий. Теорема о независимости алгебр, порожденных разбиениями.

2. Последовательности независимых испытаний.

Схема Бернулли. Вероятностное пространство, описывающее схему Бернулли, и биномиальное распределение. Предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа. Полиномиальная схема и полиномиальное распределение.

3. Дискретные случайные величины.

Индикаторы событий и их свойства. Законы распределения дискретных случайных величин. Определение и свойства математического ожидания и дисперсии. Целочисленные случайные величины и производящие функции.

4. Общая модель вероятностного пространства.

Последовательности множеств, верхний и нижний пределы. Сигма-алгебры множеств. Счетная аддитивность и непрерывность функции множеств. Общее определение случайной величины, функция распределения и плотность. Аппроксимационная теорема и общее определение математического ожидания. Вычисление математического ожидания и дисперсии. Совместное распределение и независимость случайных величин. Мультипликативное свойство математического ожидания. Ковариация и коэффициент корреляции, ковариационная матрица. Задача линейного оценивания.

5. Законы больших чисел и центральная предельная теорема.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Бернулли и форме Чебышева. Определение и свойства характеристических функций. Характеристические функции некоторых распределений. Формула обращения и теорема сходимости (без доказательства). Виды сходимости последовательностей случайных величин. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел в форме Хинчина.

6. Цепи Маркова: основные понятия и свойства.

Марковская зависимость испытаний. Переходные вероятности и стохастические матрицы. Теорема о предельных вероятностях.

7. Ветвящиеся процессы.

Модель Гальтона-Ватсона и классификация ветвящихся процессов. Теорема о сумме случайного числа случайных величин. Вероятность вырождения процесса и ее связь с классификацией процессов.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Сборник задач по теории вероятностей [Текст] : учеб. пособ для вузов / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков .— 2-е изд. испр. и доп. — М. : Наука, 1989 .— 319 с.

Ширяев, А. Н.

Вероятность [Текст]. В 2 т. Т. 1. Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник для вузов / А. Н. Ширяев

Севастьянов, Б. А.

Курс теории вероятностей и математической статистики [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Б. А. Севастьянов .— М. ; Ижевск : Ин-т компьютерных

Захаров В.К., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П.

Теория вероятностей.— М.: Наука, 1983.— 160 с.

Чистяков, В. П.

Курс теории вероятностей [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. П. Чистяков .— 7-е изд., испр. — М : Дрофа, 2007 .— 253 с. — (Высшее образование). - Библиогр.: с. 248. - Предм. указ.: с. 249-250. - 5000 экз. - ISBN 978-5-358-03022-0 (в пер.) .

Дополнительная литература

1. Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика [Текст] : учебник для вузов / Ю. А. Розанов .— 2-е изд., доп. — М. : Наука, 1989 .— 312 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://www.math.mipt.ru>

<http://lib.mipt.ru>

<http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.

<http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.

<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».

<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

<http://www.i-exam.ru> – единый портал Интернет-тестирования в сфере образования.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

| | |
|---|--|
| по направлению: | Системный анализ и управление |
| профиль подготовки: | Системный анализ и управление в технических, экономических и социальных системах Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра высшей математики |
| курс: | 2 |
| квалификация: | бакалавр |
| Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет | |
| Разработчик: | А.В. Булинский, канд. физ.-мат. наук, доцент |

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

| Код и наименование компетенции | Индикаторы достижения компетенции |
|--|--|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи |
| | УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи |
| | УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки |
| | УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки |
| УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни | УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития |

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория вероятностей» обучающийся должен:

знать:

- понятие вероятностного пространства;
- определения независимости событий и классов событий;
- определения случайной величины и связанных с ней числовых характеристик (математическое ожидание, дисперсия, моменты);
- понятия независимости случайных величин, ковариации и коэффициента корреляции;
- определения и свойства функции распределения, плотности, производящей функции, характеристической функции;
- виды сходимости последовательностей случайных величин (почти наверное, по вероятности, в среднем квадратическом, по распределению) и соотношения между ними.

уметь:

- применять основные теоремы и формулы:
- формулу полной вероятности,
- формулу Байеса,
- теоремы сложения и умножения,
- предельные теоремы Пуассона и Муавра-Лапласа,
- законы больших чисел Бернулли, Чебышева и Хинчина,
- центральную предельную теорему.

владеть:

- основными приемами построения вероятностного пространства;
- комбинаторной техникой вычисления вероятности и приемами вычисления геометрических вероятностей;
- аналитическими методами теории вероятностей, связанными с применением производящих и характеристических функций;
- приближенными методами вычислений, основанными на применении предельных теорем.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется на основе балльно-рейтинговой системы (БРС) оценки знаний по изучаемой дисциплине. БРС учитывает выполнение студентами совокупности домашних заданий и контрольных работ в соответствии с учебным планом. Данные о посещаемости и текущей успеваемости вносятся преподавателями в специальные журналы и учитываются в БРС.

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов для диф-зачета:

1. Найти наиболее вероятное число выпадений в сумме 4-х очков при 83 бросаниях двух игральных костей.
2. Однотипные приборы выпускаются тремя заводами. Первый завод выпускает половину всей продукции, второй треть и третий остальную часть. Вероятность того, что прибор, выпущенный первым заводом, проработает безотказно более трех лет равна 0,7. Для второго завода эта вероятность равна 0,6, а для третьего 0,5. Какова вероятность того что взятый наудачу прибор проработает более трех лет?
3. В группе из 30 студентов 10 отличников, 15 хороших студентов и 5 слабых. Отличник при тестировании с вероятностью 0,7 получает «отлично», с вероятностью 0,2 – «хорошо» и с вероятностью 0,1 – «удовлетворительно». Хороший студент получает эти же оценки с вероятностями 0,5; 0,3 и 0,2, соответственно. Слабый студент получает оценки «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно» с вероятностями 0,3; 0,5 и 0,2, соответственно. При аттестации вуза из группы выбирается для тестирования студент случайным образом. Какова вероятность того, что в тестировании принимал участие отличник, если была получена оценка «хорошо»?
4. Пять студентов независимо друг от друга купили билеты на поезд, в котором семь вагонов. Какова вероятность того, что все они попадут в разные вагоны?
5. Два клиента должны позвонить в управляющую компанию с 9 до 12 часов, независимо друг от друга. Одному из них потребуется для разговора 10 минут, а второму – 15. Найти вероятность того, что ни один из них не позвонит во время разговора другого.
6. В коробке 5 белых, 10 черных и 5 красных шаров. Трое по очереди извлекают шары до тех пор, пока у одного из них не появится белый шар. Этот игрок считается победителем. Какова вероятность выигрыша второго игрока, если после каждой попытки шар возвращается в коробку?
7. В чулане находится n пар ботинок. Из них случайно выбирают $2r$ ботинок ($2r < n$). Какова вероятность, что среди выбранных ботинок: а) отсутствуют парные; б) имеется ровно одна комплектная пара; в) имеется ровно две комплектные пары?

Критерии оценивания

Оценка «отлично (10)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;

оценка «отлично (9)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые были самостоятельно обнаружены и исправлены;

оценка «отлично (8)» выставляется обучающемуся, если он показал всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений, но при этом были допущены небольшие неточности, которые полсе указания экзаменатора были самостоятельно исправлены;

оценка «хорошо (7)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает неточности в ответе или делает несущественные ошибки при решении задач;

оценка «хорошо (6)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает небольшие ошибки в ответе и (или) при решении задач;

оценка «хорошо (5)» выставляется обучающемуся, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но отвечает неуверенно и (или) допускает ошибки при решении задач;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, если при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется обучающемуся, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, неточные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, не владеющему некоторыми разделами учебной программы, но умеющему применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется обучающемуся, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;

оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется обучающемуся, показавшему полное незнание учебной программы дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Диф-зачет проводится по итогам текущей успеваемости сдачи заданий и контрольных вопросов, предусмотренных программой дисциплины, с учетом набранных очков по БРС. При наборе количества очков БРС не меньше порогового студенту ставится диф-зачет.

При проведении устного опроса обучающемуся предоставляется 1 астрономический час на подготовку. Опрос обучающегося на устном опросе не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения устного опроса обучающиеся могут пользоваться только программой дисциплины.

Проректор по учебной работе и довузовской подготовке

_____ А. А. Воронов

« ____ » _____ 2018

Балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов

Дисциплина: Теория вероятностей, 2 курс, 3 семестр, дифференцированный зачет

Кафедра: высшей математики

| № | Вид занятий | Сумма баллов |
|----|--|----------------|
| 1. | Контрольная работа № 1 по сдаче 1 задания | 0 – 9 |
| 2. | Контрольная работа № 2 по сдаче 2 задания | 0 – 9 |
| 4. | Задание № 1 (тетрадь и ее защита) | 0 – 3 |
| 5. | Задание № 2 (тетрадь и ее защита) | 0 – 3 |
| 7. | Проверка теоретических знаний (не более трёх лекционных контрольных) | 0 – 3 |
| 8. | Работа на семинарах | 0 – 3 |
| 9. | Контрольный опрос | 0 – 70 |
| | ИТОГО | 0 – 100 |

Соответствие между суммой баллов БРС и итоговой академической успеваемостью (итоговой оценкой)

| Баллы БРС | Оценки | |
|-----------|--------|---------------------|
| 93 – 100 | 10 | отлично |
| 86 – 92 | 9 | |
| 79 – 85 | 8 | |
| 72 – 78 | 7 | хорошо |
| 65 – 71 | 6 | |
| 58 – 64 | 5 | |
| 51 – 57 | 4 | удовлетворительно |
| 44 – 50 | 3 | |
| 31 – 43 | 2 | неудовлетворительно |
| 0 – 30 | 1 | |

Регламент принятия домашних заданий и проведения экзамена определяется «Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов на кафедре высшей математики».

Зав. кафедрой

Г.Е. Иванов