

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Механика сплошных сред
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра прикладной геофизики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составили:

Н.В. Дубиня, канд. физ.-мат. наук

Е.И. Рыжак, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

Программа обсуждена на заседании кафедры прикладной геофизики 15.03.2021

Аннотация

Курс «Механика сплошных сред» является одним из основополагающих и необходимых для полноценного усвоения студентами большинства курсов, существующих в магистерской программе. В рамках курса рассматриваются основные математические подходы к описанию механического поведения сплошных сред – твердых тел и жидкостей. В рамках курса студенты осваивают элементарные понятия механики сплошных сред: понятия напряжений, деформаций, смещений и скоростей изменения этих параметров. Значительная часть курса посвящена усвоению основных законов, определяющих пространственные распределения напряжений и деформаций в сплошных средах: уравнений равновесия и движения, условий совместности деформаций. Отдельное внимание уделено теории определяющих соотношений. В рамках курса студенты также осваивают элементы линейной и тензорной алгебры, необходимые для понимания и применения описанных законов: рассматриваются как простейшие математические операции над тензорными величинами, такие как скалярное и диадное произведение или приведение к главным осям, так и действие различных дифференциальных операторов на тензорных полях. В рамках практических занятий студенты решают некоторые элементарные задачи механики деформируемого твердого тела, имеющие аналитические решения.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Основной целью дисциплины является ознакомление студентов с математическим аппаратом механики сплошных сред, формирование понимания основных законов, определяющих напряженное состояние сплошных сред, находящихся в равновесии или движении.

Задачи дисциплины

К основным задачам дисциплины относятся:

1. Получение студентами опыта выполнения математических операций над тензорными величинами и полями;
2. Формирование у студентов понимания основных законов механики сплошных сред;
3. Получение студентами опыта применения основных законов механики сплошных сред для определения напряженного состояния сред в условиях, допускающих аналитическое решение задачи механики.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

основные законы, определяющие механическое поведение сплошных сред

уметь:

решать простейшие задачи механики сплошных сред и линейной алгебры, имеющие аналитические решения

владеть:

математическим аппаратом линейной алгебры и механики сплошных сред

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа	4	2		5
2	Кинематика сплошной среды	2	2		5
3	Напряжения в сплошных средах	2	2		5
4	Элементы линейной теории упругости	2	2		5
5	Уравнения равновесия и движения	3	6		5
6	Нелинейная реология сплошных сред	2	1		5
Итого часов		15	15		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Элементы тензорной алгебры и тензорного анализа

Основные определения векторной алгебры. Понятия скалярных, векторных и тензорных величин. Тензоры второго, третьего и четвертого ранга. Бескоординатная и координатная формы записи операций над тензорами. Скалярное и тензорное произведение тензоров второго ранга. Приведение симметричного тензора второго ранга к главным осям. Инварианты тензора второго ранга. Элементы тензорного анализа: операции над тензорными полями: понятия градиента, дивергенции, ротора тензорных полей, понятие производной по направлению.

2. Кинематика сплошной среды

Отсчетная и актуальная конфигурации при описании движения сплошной среды. Отсчетное и пространственное описание перемещения элементов сплошной среды. Вектор смещения. Тензор малых и конечных деформаций. Тензор деформаций Коши и Альманзи. Общая деформация сплошной среды: движение тела как целого, повороты и чистая деформация. Условия совместности малых деформаций. Главные значения тензора малых деформаций.

3. Напряжения в сплошных средах

Массовые и поверхностные силы, принцип разрезания Эйлера-Коши. Вектор напряжения. Постулат, лемма и теорема Коши. Напряженное состояние. Главные напряжения и главные оси тензора напряжений. Инварианты тензора напряжений. Круги Мора. Поиск вектора напряжений, его нормальной и касательной составляющей для элементарной площадки заданной пространственной ориентации.

4. Элементы линейной теории упругости

Связь между тензорами малых деформаций и напряжений. Закон Гука для изотропных, ортотропных и анизотропных сред. Модуль Юнга, коэффициент Пуассона, модуль сдвига и модуль объемного сжатия. Связь между различными упругими модулями в изотропной среде. Термодинамика деформирования, теоретический вывод закона Гука. Коэффициенты Ламе. Температурные деформации.

5. Уравнения равновесия и движения

Равновесие и движение произвольного объема, выделенного в сплошной среде. Уравнения равновесия и движения в напряжениях, в смещениях (уравнения Навье). Распространение плоских продольных и поперечных упругих волн в изотропной упругой среде. Напряжения и деформации изотропной упругой среды под действием собственного веса. Запись уравнений механики сплошных сред в сферических и цилиндрических координатах. Задачи равновесия симметричных линейно-упругих изотропных тел: сплошных и полых цилиндров и сфер.

6. Нелинейная реология сплошных сред

Отсутствие линейной связи между напряжениями и деформациями. Понятия ползучести и пластичности. Тела Гука, Ньютона, Сен-Венана. Дерево реологических моделей. Теории прочности. Линейный критерий разрушения Кулона-Мора.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Проектор для демонстрации презентаций.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Элементы механики деформируемого твердого тела, учебное пособие /О. Я. Извеков ; Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет). Москва, МФТИ, 2019
2. Бескоординатное тензорное исчисление для механики сплошных сред [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов по направ. "Прикладная математика и физика" / Е. И. Рыжак ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т. — М. : МФТИ, 2011. — 170 с.
3. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред [Текст] = A First Course in Rational Continuum Mechanics, монография/К. Трусделл , -М., Мир, 1975

Дополнительная литература

1. Полилинейная алгебра и тензорный анализ в механике [Текст]/А. А. Вакуленко , -Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1972
2. Теория и задачи механики сплошных сред [Текст] = Theory and problems of continuum mechanics/Дж. Мейз , -М., Мир, 1974
3. Лурье, А. И. Нелинейная теория упругости [Текст] / А. И. Лурье. — М. : Наука, 1980. — 512 с. - Библиогр. в примеч.: с. 498-508. - Предм. указ.: с. 509-512.
4. Рыхлевский Я. О законе Гука // Прикл. математика и механика. 1984. Т. 48, вып. 3. С. 420–435.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Подготовленный текстовый документ, содержащий конспекты лекций и семинаров с решениями рассматриваемых задач, детальным списком литературы и ссылками на разбор решаемых задач в учебниках

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра прикладной геофизики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчики:

Н.В. Дубиня, канд. физ.-мат. наук

Е.И. Рыжак, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Механика сплошных сред» обучающийся должен:

знать:

основные законы, определяющие механическое поведение сплошных сред

уметь:

решать простейшие задачи механики сплошных сред и линейной алгебры, имеющие аналитические решения

владеть:

математическим аппаратом линейной алгебры и механики сплошных сред

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Пример задания контрольной работы: Относительно совмещенных материальных и пространственных осей в явном виде задан вектор смещения $u_1 = 4X_1^2$ $u_2 = X_2X_3^2$ $u_3 = X_1X_3^2$. Определить смещенное положение частицы, первоначально находившейся в точке с координатами (1; 0; 2). Найти тензор малых и конечных деформаций, соответствующих заданному смещению, найти девиатор тензора малых деформаций, определить главные оси тензора малых деформаций.

Пример задания из домашнего задания: определить компоненты тензора деформации изотропного линейно-упругого полого шара (наружный и внешний радиусы R_2 , R_1 соответственно), внутри которого действует давление p_1 , давление снаружи p_2 .

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень контрольных вопросов:

1. Что такое напряжение?
2. Чем тензор отличается от матрицы?
3. Сколько независимых упругих модулей определяет связь между напряжениями и деформациями для изотропной линейно-упругой среды? Анизотропной?
4. Для каких сред справедливы уравнения Навье?
5. Чем определяется скорость распространения продольных упругих волн в изотропной линейно-упругой среде?

Примеры контрольных заданий:

1. Найти главные напряжения и главные оси тензора напряжений с известными компонентами.
2. Определить результат действия дифференциального оператора на заданное тензорное поле.
3. Доказать симметричность тензора напряжений и определить, при каких условиях тензор напряжений симметричен.
4. Вывести выражения для скоростей продольных и поперечных упругих волн в изотропной линейно-упругой среде.
5. Определить критические значения главных напряжений для среды, разрушение которой описывается линейным критерием разрушения Кулона-Мора.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

1. Скалярное и векторное произведение векторов. Их свойства и аналитическое (координатное и бескоординатное) определение.
2. Вектор и тензор напряжений. Симметричность тензора напряжений. Постулат, лемма и формула Коши. Круги Мора.

Билет 2.

1. Тензор 2 ранга, его физический смысл. Преобразование компонент тензора 2 ранга при преобразовании (повороте) декартовой системы координат.
2. Смещения и деформации. Тензор малых и конечных деформаций. Общее движение твердого тела.

Билет 3.

1. Тензоры второго, третьего и четвертого ранга. Преобразование компонент тензора произвольного ранга при преобразовании (повороте) декартовой системы координат.
2. Главные напряжения и главные оси тензора напряжений. Инварианты тензора напряжений.

Билет 4.

1. Скалярные, векторные и тензорные функции координат. Дивергенция скалярного, векторного и тензорного поля в декартовых координатах.
2. Уравнения равновесия и движения. Равновесие полого шара, находящегося под давлением.

Билет 5.

1. Скалярные, векторные и тензорные функции координат. Градиент скалярного, векторного и тензорного поля в декартовых координатах.
2. Условия совместности малых деформаций. Равновесие полой трубы, находящейся под давлением.

Билет 6.

1. Скалярные, векторные и тензорные функции координат. Ротор скалярного, векторного и тензорного поля в декартовых координатах.
2. Закон Гука. Упругие модули в анизотропной и изотропной средах. Определения модуля Юнга, коэффициента Пуассона, модуля объемного сжатия, модуля сдвига.

Критерии оценивания

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении зачёта и экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.