

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**и.о. директора физтех-школы  
физики и исследований им.  
Ландау**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Аномальные режимы переноса в сильно неоднородных средах
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем безопасного развития современных энергетических технологий
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Л.В. Матвеев, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры проблем безопасного развития современных энергетических технологий 04.06.2020

## Аннотация

В курсе лекций рассматриваются процессы переноса примеси в сильно неоднородных средах, когда временные характеристики (дисперсия и среднее смещение) ансамбля мигрирующих частиц не описываются классическими закономерностями. Внимание уделено вопросам, важным с точки зрения переноса радионуклидов в геологических средах. Описаны режимы суб-, супер- и квазидиффузии. Проанализированы причины возникновения каждого из режимов и смена режимов во времени.

Рассмотрены основные типы неоднородных сред: регулярно неоднородные, статистически однородные резко контрастные, перколяционные (среды с фрактальными свойствами). Проанализирована роль резкого контраста транспортных свойств, при наличии которого самосогласованное действие хорошо проводящих областей и «ловушек» приводит к возникновению суб- и квази-диффузионных режимов. Рассмотрена роль корреляций флуктуаций скорости при реализации супердиффузии.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Освоение студентами на современном уровне знаний и навыков по моделированию процессов переноса примеси в сильно неоднородных средах, в первую очередь, применительно к проблеме безопасного захоронения радиоактивных отходов.

### Задачи дисциплины

- Формирование у студентов базовых знаний в области моделирования миграции частиц в средах с различными свойствами;
- Обучение студентов навыкам выделять существенные физические процессы, с точки зрения моделирования проблемы в целом
- Обучение студентов методам качественных оценок в области прикладных задач процессов переноса;
- Ознакомления студентов с приемами точных решений в области изучаемой дисциплины и сопоставления точных решений с качественными оценками;
- Обучения студентов методам и приемам применения современных моделей к решению задач безопасного захоронения радиоактивных отходов.
- Формирование у студентов навыков выполнения исследований в области решения практических задач в рамках выпускных работ на степень магистра.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- Фундаментальные понятия и законы переноса частиц примеси в гетерогенных средах;
- Новейшие представления о характеристиках неоднородных неупорядоченных сред (в первую очередь, применительно к свойствам геологических формаций);
- Современные модели переноса в неоднородных средах различного типа: регулярно-неоднородных, статистически однородных, фрактальных.
- Порядки численных величин характерных для различных типов переноса в средах различного типа;
- Способы оценки надежности и безопасности захоронения радиоактивных отходов, с точки зрения действия геологических барьеров.

уметь:

- Выделять существенные физические процессы, с точки зрения моделирования проблемы в целом;
- Производить численные оценки по порядку величины;
- Выбирать адекватную модель для описания миграции радионуклидов в геологической среде определенного типа;
- Оценивать способность геологических формаций определенного типа препятствовать распространению опасных загрязнений;
- Формулировать требования к выбору естественных геологических барьеров, исходя из свойств и представлений о характеристиках радионуклидов, подлежащих захоронению;
- Оценивать степень надежности и безопасности хранилищ РАО с точки зрения скорости преодоления опасными примесями геологического барьера.

владеть:

- Навыками выделять существенные физические процессы, с точки зрения моделирования проблемы в целом;
- Культурой проведения численных оценок по порядку величины;
- Опытом выбирать адекватную модель для описания миграции радионуклидов в геологической среде определенного типа;
- Практикой оценки способности геологических формаций определенного типа препятствовать распространению опасных загрязнений;
- Навыками формулирования требований к естественным геологическим барьерам, исходя из представлений об их свойствах и характеристиках радионуклидов, подлежащих захоронению;
- Методами оценки степени надежности и безопасности хранилищ РАО с точки зрения скорости преодоления опасными примесями геологических барьеров.

#### **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

##### **4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий**

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Перенос примеси в однородной среде.	3			3
2	Простейшие сильно неоднородные среды.	3			3
3	Простая модель Дыхне для сред, содержащих системы трещин.	3			3
4	Перенос в регулярно- неоднородных средах, обусловленный адвекцией.	3			3
5	Сильно контрастные среды с фрактальными свойствами.	3			3
6	Основы теории перколяции.	3			3

7	Диффузия частиц на кластерах с фрактальными свойствами.	3			3
8	Режимы переноса, обусловленные случайной адвекцией в перколяционных средах.	3			3
9	Модель случайных блужданий в непрерывном времени.	3			3
10	Перенос в двупористых средах.	3			3
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Введение. Перенос примеси в однородной среде.

1. Среднее смещение и дисперсия.
2. Функция плотности вероятности.
3. Комбинаторное рассмотрение.
4. Уравнение переноса и его решение.
5. Распределение концентрации частиц в основном облаке и на асимптотически далеких расстояниях.
6. Режим классической адвекции-диффузии.
7. Простейшие примеры аномальных режимов переноса

##### 2. Простейшие сильно неоднородные среды.

1. Простая модель Дыхне для одной трещины. Качественный анализ и точное решение.
2. «Быстрая» и «медленная» подсистемы. Медленная среда как ловушка.
3. Плоская и цилиндрическая геометрии.
4. Режим субдиффузии.
5. Изменение режимов переноса со временем

##### 3. Простая модель Дыхне для сред, содержащих системы трещин.

1. Понятие активного числа трещин.
2. Степенной и логарифмический субдиффузионный режимы.
3. Гребешковые структуры

##### 4. Перенос в регулярно- неоднородных средах, обусловленный адвекцией.

1. Обобщенная модель Дыхне. Режим квазидиффузии.
2. Слоистые среды. Случайное и регулярное распределение скоростей.
3. Корреляционная функция скорости.
4. Супердиффузия в модели слоистой среды

##### 5. Сильно контрастные среды с фрактальными свойствами.

1. Свойство самоподобия. Определение фрактала.
2. Фрактальная размерность (емкость). Область фрактальности.
3. Простейшие примеры регулярных фракталов. Случайные фракталы.

4. Пересечение фрактальных множеств.
5. Фрактальные свойства систем трещин в геологических средах и корреляционная функция поля скоростей инфильтрации в них.
6. Мультифракталы.

#### 6. Основы теории перколяции.

1. Простейшие задачи связей и узлов.
2. Перколяционные кластеры.
3. Порог протекания. Бесконечный кластер.
4. Остов и мертвые концы перколяционных кластеров. Корреляционная длина.
5. Фрактальная размерность и критические индексы. Универсальность критических индексов для перколяционных моделей.
6. Континуальные модели перколяции.

#### 7. Диффузия частиц на кластерах с фрактальными свойствами.

1. Временной скейлинг для миграции частиц на салфетке Серпинского. Метод пространственной ренормировки.
2. Диффузия по перколяционному кластеру с конечной корреляционной длиной на малых и больших временах. Смена режимов переноса.

#### 8. Режимы переноса, обусловленные случайной адвекцией в перколяционных средах.

1. Критический индекс степенного убывания корреляционной функции скорости  $h$ .
2. Режимы переноса в зависимости от значения  $h$ . Качественная интерпретация.
3. Влияние ловушек на режим переноса.

#### 9. Модель случайных блужданий в непрерывном времени.

1. Основные положения модели CTRW.
2. Выражение для плотности вероятности распределения частиц в Фурье-Лаплас представлении.
3. Полеты и прогулки Леви.

#### 10. Перенос в двупористых средах.

1. Классическая модель двупористой среды. Эффективные константы переноса на «больших» временах. Трудности классической двупористой модели.
2. Неравновесная модель двупористой среды.
3. Функция памяти. Асимптотические выражения для функции памяти при больших и малых значениях переменной Лапласа. Режимы переноса.
4. Коллоидно-усиленный перенос в резко-контрастных средах с двупористой структурой.

### **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, доска, медиапроектор, экран.

### **6. Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Физические модели аномального переноса примеси в сильно неоднородных средах. Труды ИБРАЭ под общ. ред. чл.-кор. РАН Л.А. Большова; Вып. 7. ИБРАЭ РАН. – М.: Наука, 2007.
2. Г. И. Баренблатт, В.М. Ентов, В.М. Рыжик. Движение жидкостей и газов в природных пластах, Гл. 4, Москва, «Недра» 1984.
3. С. В. Божокин, Д.А. Паршин, Фракталы и мультифракталы, - Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.

#### Дополнительная литература

1. Автомоделные явления - анализ размерностей и скейлинг [Текст] / Г. И. Баренблатт ; авт. пер. с англ. изд., испр. и доп. при ред. участии В. М. Простокишина - Долгопрудный Интеллект, 2009
1. \_ J. P. Bouchaud, A. Georges, Anomalous diffusion in disordered media: statistical mechanisms, models and physical applications, Phys. Rep. 195 (1990) 127-293.
2. Б. Т. Кочкин, Геологический подход к выбору районов захоронения радиоактивных отходов, Москва: Наука, 2005.
3. D. ben-Avraham, S. Havlin, Diffusion and Reaction in Fractals and Disordered Systems, Cambridge, University Press, 2000

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Ms Office

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра проблем безопасного развития современных энергетических технологий
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	Л.В. Матвеев, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аномальные режимы переноса в сильно неоднородных средах» обучающийся должен:

### знать:

- Фундаментальные понятия и законы переноса частиц примеси в гетерогенных средах;
- Новейшие представления о характеристиках неоднородных неупорядоченных сред (в первую очередь, применительно к свойствам геологических формаций);
- Современные модели переноса в неоднородных средах различного типа: регулярно-неоднородных, статистически однородных, фрактальных.
- Порядки численных величин характерных для различных типов переноса в средах различного типа;
- Способы оценки надежности и безопасности захоронения радиоактивных отходов, с точки зрения действия геологических барьеров.

### уметь:

- Выделять существенные физические процессы, с точки зрения моделирования проблемы в целом;
- Производить численные оценки по порядку величины;
- Выбирать адекватную модель для описания миграции радионуклидов в геологической среде определенного типа;
- Оценивать способность геологических формаций определенного типа препятствовать распространению опасных загрязнений;
- Формулировать требования к выбору естественных геологических барьеров, исходя из свойств и представлений о характеристиках радионуклидов, подлежащих захоронению;
- Оценивать степень надежности и безопасности хранилищ РАО с точки зрения скорости преодоления опасными примесями геологического барьера.

### владеть:



- Навыками выделять существенные физические процессы, с точки зрения моделирования проблемы в целом;
- Культурой проведения численных оценок по порядку величины;
- Опытном выбирать адекватную модель для описания миграции радионуклидов в геологической среде определенного типа;
- Практикой оценки способности геологических формаций определенного типа препятствовать распространению опасных загрязнений;
- Навыками формулирования требований к естественным геологическим барьерам, исходя из представлений об их свойствах и характеристиках радионуклидов, подлежащих захоронению;
- Методами оценки степени надежности и безопасности хранилищ РАО с точки зрения скорости преодоления опасными примесями геологических барьеров.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия или в конце занятия по пройденной теме.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Вопросы к экзамену в 10 семестре:

1. Простая модель Дыхне (диффузия в одной трещине). Режимы переноса для трещины в виде плоского слоя и прямого цилиндра. Качественное рассмотрение.
2. Обобщенная модель Дыхне (адвекция в трещине). Режимы переноса для трещины в виде плоского слоя и прямого цилиндра.
3. Простая модель Дыхне для ряда из трещин. Случаи плоских и цилиндрических трещин.
4. Поведение концентрации в простой модели Дыхне на асимптотически больших расстояниях (случай плоской трещины).
5. Двумерная слоистая среда с адвекцией. Режимы переноса для периодического и случайного распределения направлений скорости по слоям.
6. Фракталы: фрактальная размерность, примеры, пересечение фракталов.
7. Основы теории перколяции. Порог протекания. Структура и свойства перколяционных кластеров. Критические индексы. Корреляционный радиус.
8. Временной скейлинг для диффузии частиц на салфетке Серпинского. Метод пространственной ренормировки.
9. Временной скейлинг для диффузии частиц на салфетке Серпинского. Расчет основанный на соотношении Эйнштейна.
10. Перенос в среде со случайным полем скоростей адвекции. Зависимость и характер режима переноса от скорости убывания корреляционной функции скорости. Режимы переноса и их характеристики при конечном радиусе корреляции среды.
11. Основные положения модели СТ<sub>TRW</sub>. Выражение для плотности вероятности распределения частиц в Фурье-Лаплас представлении.
12. Классическая модель двупористой среды. Эффективные константы переноса на «больших» временах. Трудности классической двупористой модели.
13. Неравновесная модель двупористой среды. Функция памяти. Асимптотические выражения для функции памяти при больших и малых значениях переменной Лапласа.
14. Режимы переноса примеси в статистически однородных трещиновато-пористых средах при соотношении характерных времен.

Пример экзаменационного билета:

1. Обобщенная модель Дыхне (адвекция в трещине).
2. Фракталы: фрактальная размерность, примеры, пересечение фракталов.
3. Классическая модель двупористой среды. Эффективные константы переноса на «больших» временах. Трудности классической двупористой модели.

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в устной форме, по билетам. В каждом билете представлено три теоретических вопроса. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.