

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**и.о. директора физтех-школы  
физики и исследований им.  
Ландау**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Многочастичные амплитуды рассеяния и теория твисторов
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 45 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: М.А. Васильев, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Физтех-кластера академической и научной карьеры 04.06.2020

## Аннотация

Курс посвящён изучению современных подходов к вычислению амплитуд рассеяния (S-матрицы) в калибровочных теориях и теориях Гравитации, таких как N=4 максимально суперсимметричная теория Янга-Миллса, КХД и N=8 супергравитация. Курс включает в себя изложение формализма спиральных спиноров (spinor helicity formalism) и “моментных твисторов” (momentum twistors), рекурсионных соотношений для древесных амплитуд, а также методов унитарных разрезов для вычисления петлевых амплитуд. Отдельно будет обсуждаться применение этих методов к вычислению амплитуд в N=4 максимально суперсимметричная теория Янга-Миллса. Помимо этого, будут рассматриваться геометрические подходы к представлению амплитуд рассеяния в калибровочных теориях (интеграл по Грассманиану, политопы и “Амплитуэдр” (Amplituhedron)). Кратко будут обсуждаться недавние результаты для амплитуд рассеяния в теориях Гравитации, такие как дуальность между кинематикой и цветом (color kinematic duality) и применение метода унитарных разрезов к вычислению петлевых амплитуд в N=8 супергравитации.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Познакомить студентов с последними достижениями в области квантовой теории поля связанными с новыми аналитическими подходами к вычислению элементов S-матрицы (амплитуд рассеяния) в калибровочных теориях и теории Гравитации в различных размерностях пространства времени.

### Задачи дисциплины

Познакомить студентов с последними достижениями в области аналитических вычислительных методов для амплитуд рассеяния в калибровочных теориях и теории Гравитации. Предполагается, что, прослушав этот курс, студенты смогут использовать методы и подходы этой области в своей научно-исследовательской работе.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)

ограничения различных методов решения	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия по теме дисциплины.

уметь:

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

владеть:

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Формализм спиральных спиноров (spinor helicity formalism).	3	9		9
2	Рекурсионные соотношения для амплитуд рассеяния на массовой поверхности.	2	6		6
3	Суперсимметрия на массовой поверхности, N=4 SYM и N=8 SUGRA.	2	6		6
4	Симметрии древестных амплитуд в N=4 SYM. Дуальная конформная симметрия и “моментные твисторы” (momentum twistors).	2	6		6

5	Вычисление петлевых амплитуд в калибровочных теориях и метод унитарных разрезов. Амплитуды рассеяния в калибровочных теориях в различных размерностях пространства времени.	2	6		6
6	Лидирующие сингулярности петлевых амплитуд, Грассманианы и “диаграммы массовой поверхности” (on-shell diagrams).	2	6		6
7	Петлевые амплитуды в супергравитации.	2	6		6
Итого часов		15	45		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Формализм спиральных спиноров (spinor helicity formalism).

Понятие о цветовой декомпозиции и спиральных спиноров как наиболее оптимальных переменных для описания амплитуд рассеяния безмассовых частиц. Примеры вычисления древесных диаграмм в калибровочных теориях в этих переменных.

##### 2. Рекурсионные соотношения для амплитуд рассеяния на массовой поверхности.

Построение рекурсионных соотношений на массовой поверхности для древесных амплитуд рассеяния в калибровочных теориях. BCFW рекурсия и её обобщения. Примеры вычисления серии MHV n-частичных амплитуд рассеяния и NMHV 6-ти точечной амплитуды.

##### 3. Суперсимметрия на массовой поверхности, N=4 SYM и N=8 SUGRA.

Краткое введение в суперсимметрию. Суперпространство массовой поверхности (on-shell momentum superspace). Формулировка N=4 и N=8 супермультиплетов на массовой поверхности. Суперамплитуды в N=4 SYM и N=8 SUGRA. MHV древесная суперамплитуда в N=4 SYM.

##### 4. Симметрии древесных амплитуд в N=4 SYM. Дуальная конформная симметрия и “моментные твисторы” (momentum twistors).

Симметрии древесных суперамплитуд в N=4 SYM. Дуальная конформная симметрия и переменные моментных твисторов. Суперсимметричное обобщение BCFW рекурсии. Вычисление серии NMHV n-точечных суперамплитуд.

##### 5. Вычисление петлевых амплитуд в калибровочных теориях и метод унитарных разрезов. Амплитуды рассеяния в калибровочных теориях в различных размерностях пространства времени.

Понятие об унитарных разрезах и интегранде петлевых амплитуд и разложении петлевых амплитуд по мастер интегралам. Пример вычисления разложения по мастер интегралам 4-ёх точечных амплитуд в N=4 SYM в одной, двух и трёх петлях по методу унитарных разрезов.

Амплитуды рассеяния в высших размерностях, обобщённая унитарность и пример вычисления однопетлевой 4-ёх точечной амплитуды в КХД со спиральностями (++++).

6. Лидирующие сингулярности петлевых амплитуд, Грассманианы и “диаграммы массовой поверхности” (on-shell diagrams).

Обобщённая унитарность и лидирующие сингулярности петлевых амплитуд. Представление древесных амплитуд и лидирующих сингулярностей петлевых амплитуд в  $N=4$  SYM в виде интеграла по грассманиану. Понятие о диаграммах массовой поверхности.

7. Петлевые амплитуды в супергравитации.

Современные подходы к пертурбативным вычислениям в теориях гравитации. Дуальность между кинематикой и цветом. Пример вычисления однопетлевой амплитуды в  $N=8$  супергравитации.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### Основная литература

1. “Scattering Amplitudes”, Henriette Elvang and Yu-tin Huang, Cambridge University Press (<https://arxiv.org/abs/1308.1697>);
2. “Scattering Amplitudes in Gauge Theories”, Henn Johannes and M., Plefka, Jan C, Cambridge University Press (ISBN 978-3-642-54022-6);
3. “Calculating Scattering Amplitudes Efficiently”, Lance Dixon (<https://arxiv.org/abs/hep-ph/9601359>).

### Дополнительная литература

1. Введение в квантовую теорию калибровочных полей [Текст]/А. А. Славнов, Л. Д. Фадеев, -М., Наука, 1988
2. Введение в суперсимметрию и супергравитацию [Текст]/П. Уэст, -М., Мир, 1989

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Представление материала на доске и/или при помощи медиапроектора. Возможно использование ПО для символьных и/или численных вычислений, а также Zoom, Skype для дистанционных занятий.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры (Теория фундаментальных взаимодействий и квантовая гравитация)
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	М.А. Васильев, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.2 Способен оценивать актуальность исследований в области своей профессиональной деятельности и их практическую значимость
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Многочастичные амплитуды рассеяния и теория твисторов» обучающийся должен:

**знать:**



- основные понятия по теме дисциплины.

**уметь:**

- пользоваться развитыми в рамках дисциплины методами исследования, решать задачи по теме дисциплины.

**владеть:**

- математическим и понятийным аппаратом и методами исследований, составляющими содержание дисциплины.

**3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Не предусмотрено.

**4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Перечень контрольных вопросов:

1. Цветовая декомпозиция в калибровочных теориях и спиральные спиноры.
2. BCFW и CSW рекурсии для древесных амплитуд.
3. Супермультиплеты  $N=4$  SYM и  $N=8$  SUGRA на массовой поверхности. Суперамплитуда в  $N=4$  SYM.
4. Симметрии древесных амплитуд в  $N=4$  SYM. Дуальная конформная симметрия и “моментные твисторы”.
5. Вычисление петлевых амплитуд в калибровочных теориях и метод унитарных разрезов.
6. Описание древесных амплитуд в  $N=4$  SYM в терминах интеграла по Грассманиану. Лидирующие сингулярности петлевых амплитуд и диаграммы массовой поверхности.
7. Современные подходы к пертурбативным вычислениям в Гравитации.

Примеры контрольных заданий:

1. Вычисление древесной 4-ёх точечной упорядоченной по цвету амплитуды со спиральностями глюонов  $(- -++)$  в формализме спиральных спиноров.
2. Вычисление  $n$ -точечной упорядоченной по цвету древесной MHV амплитуды со спиральностями  $(- - + \dots +)$  методом BCFW рекурсии.
3. Вычисление древесной  $n$ -точечной MHV суперамплитуды в  $N=4$  SYM.
4. Вычисление древесной  $n$ -точечной NMHV суперамплитуды в  $N=4$  SYM методом суперсимметричного обобщения BCFW рекурсии.
5. Вычисление однопетлевой  $(++++)$  амплитуды в КХД по методу обобщённой унитарности.
6. Выбор контура интегрирования в интеграле по грассманиану и вычисление 6-ти точечной NMHV древесной амплитуды со спиральностями  $(-+-+)$ .
7. Вычисление однопетлевой 4-ёх точечной амплитуды в  $N=8$  супергравитации.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

1. Цветовая декомпозиция для амплитуд в калибровочных теориях.
2. Представление древесных амплитуд в  $N=4$  SYM в виде интеграла по Грассманиану в переменных спиральных спиноров.

Билет 2.

1. Формализм спиральных спиноров. Пример вычисления древесной 4-ёх точечной глюонной амплитуды  $(- - + +)$  в КХД в этом формализме.
2. Представление древесных амплитуд в  $N=4$  SYM в виде интеграла по Грассманиану в переменных “моментных твисторов” (momentum twistors).

Билет 3.

- 1.Суперпространство массовой поверхности (on-shell momentum superspace) для амплитуд рассеяния в N=4 SYM.
- 2.BCFW рекурсия для древесных амплитуд в N=4 SYM.

Билет 4.

- 1.Метод обобщённой унитарности. Пример вычисления MHV 5-ти точечной однопетлевой амплитуды в N=4 SYM.
- 2.CSW рекурсия для древесных амплитуд в N=4 SYM.

Билет 5.

- 1.Симетрии амплитуд в N=4 SYM. Дуальная конформная симметрия.
- 2.Дуальность между кинематикой и цветом в амплитудах в теориях Гравитации. Пример 4-ёх точечной амплитуды рассеяния гравитонов со спиральностями (- - + +).

Критерии оценивания

Обучающемуся ставится зачет в соответствии с продемонстрированным уровнем подготовки; оценивание производится на усмотрение преподавателя в соответствии с особенностями дисциплины и следующими критериями:

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.