

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Интегрируемые модели квантовой теории поля
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика
	Физтех-школа физики и исследований им. Ландау
	Физтех-кластер академической и научной карьеры
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: М.Ю. Лашкевич, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Физтех-кластера академической и научной карьеры 17.04.2023

Аннотация

Изучение интегрируемых (точно решаемых) моделей квантовой теории поля интересно с точки зрения проверки общих представлений о структуре теории поля. Кроме того, оно полезно для решения ряда задач теории конденсированного состояния и как база для теории возмущений, отличная от свободной частицы.

В рамках курса изучаются различные подходы к изучению двумерных интегрируемых теорий: методы бутстрапа, бозон-фермионное соответствие, анзац Бете, конформная теория возмущений, термодинамический анзац Бете. Обсуждаются различные методы получения точных S-матриц и формфакторов, методы исследования корреляционных функций, изучаются связи между моделями различного типа.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Изучение интегрируемых (точно решаемых) моделей квантовой теории поля.

Задачи дисциплины

Сформировать представление об интегрируемых моделях квантовой теории поля. Научить отыскивать модели, допускающие точное решение, разобраться в том, какие величины и в каком смысле могут быть найдены точно.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

- основные критерии интегрируемости и методы решения интегрируемых моделей в квантовой теории поля.

уметь:

- находить спектры, точные S-матрицы и формфакторы интегрируемых моделей квантовой теории поля, осуществлять бозон-фермионное соответствие, получать и исследовать уравнения Бете.

владеть:

- методами исследования интегрируемых моделей квантовой теории поля.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	O(2)-модель и переход Березинского—Костерлица—Таулеса	2	1		4
2	Бозонизация модели Тирринга	2	1		4
3	Двухчастичные S-матрицы: теория возмущений	2	1		4
4	O(N)-модель: 1/N-разложение	2	1		4
5	O(N)-модель: интегрируемость и точная S-матрица	2	1		4
6	Бозоны и фермионы с контактным взаимодействием	2	1		4
7	Решение модели Тирринга методом анзаца Бете: построение собственных состояний	2	1		4
8	Решение модели Тирринга методом анзаца Бете: спектр частиц и матрица рассеяния	2	1		4
9	Интегрируемые возмущения минимальных моделей двумерной конформной теории поля	2	1		4
10	Интегралы движения и матрицы рассеяния	2	1		4
11	Термодинамический анзац Бете: основы метода	2	1		4
12	Термодинамический анзац Бете: результаты	2	1		4
13	Конформная теория возмущений	2	1		4
14	Точные формфакторы квазилокальных операторов	4	2		8
Итого часов		30	15		60
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

1. $O(2)$ -модель и переход Березинского—Костерлица—Таулеса

- вихри в $O(2)$ -модели и переход газ-плазма;
- связь с моделью синус-Гордона.

2. Бозонизация модели Тирринга

- определение модели;
- безмассовая модель Тирринга и выражение фермионов через свободные бозоны;
- теория возмущений по массе как теория возмущений по потенциальному члену в модели синус-Гордона.

3. Двухчастичные S -матрицы: теория возмущений

- двухчастичная S -матрица в двумерной теории поля;
- вычисление двухчастичной S -матрицы фермионов по теории возмущений в модели Тирринга;
- вычисление двухчастичной S -матрицы 1-бризеров в модели синус-Гордона;
- вычисление двухчастичной S -матрицы 1-бризера и топологического солитона в модели синус-Гордона.

4. $O(N)$ -модель: $1/N$ -разложение

- $1/N$ -разложение для $O(N)$ -модели;
- вычисление S -матрицы в пределе больших N .

5. $O(N)$ -модель: интегрируемость и точная S -матрица

- высшие интегралы движения в $O(N)$ -модели;
- высшие интегралы движения и гипотеза факторизованного рассеяния;
- уравнения Янга–Бакстера, унитарности и кроссинг-симметрии;
- точное решение бутстрапных уравнений для $O(N)$ -модели с $N \geq 3$.

6. Бозоны и фермионы с контактным взаимодействием

- модель Либа–Линихера, решение методом анзаца Бете, S -матрица и интегралы движения;
- простейшая фермионная модель Янга–Годена, ее решение методом анзаца Бете.

7. Решение модели Тирринга методом анзаца Бете: построение собственных состояний

- модель Тирринга в гамильтоновой формулировке;
- псевдовакуум и море Дирака; псевдочастицы;
- рассеяние псевдочастиц и волновые функции Бете;
- заполнение моря Дирака и основное состояние.

8. Решение модели Тирринга методом анзаца Бете: спектр частиц и матрица рассеяния

- возбуждения над основным состоянием; перенормировка волновой функции;
- энергия дырочных возбуждений и перенормировка массы;
- модель скалярных фермионов и S -матрица дырок;
- построение S -матрицы с помощью уравнения Янга–Бакстера; связанные состояния.

9. Интегрируемые возмущения минимальных моделей двумерной конформной теории поля

- интегралы движения в конформной теории поля;
- возмущение конформной теории поля релевантными операторами;
- возмущение локальных интегралов движения, условие сохранения интеграла движения;
- проверка условия сохранения для простейших интегралов движения, роль нуль-векторов;
- простейший подсчет интегралов движения и альтернативные методы поиска интегралов движения.

10. Интегралы движения и матрицы рассеяния

- асимптотическая волновая функция и операторы Фаддеева–Замолотчикова;
- условия совместности интегралов движения с точной S-матрицей;
- примеры использования условий совместности: возмущение «ленточных» минимальных моделей и теория поля Изинга во внешнем магнитном поле.

11. Термодинамический анзац Бете: основы метода

- две картины для модели на «тонком» торе $R \ll L$;
- возмущенная конформная теория поля в R-картине;
- анзац Бете при конечной температуре в L-картине на основе S-матрицы; энтропия, псевдоэнергии, уравнение Янга–Янга;
- выражение физических величин через псевдоэнергии.

12. Термодинамический анзац Бете: результаты

- высокотемпературное разложение $R/L \ll 1$ в L-картине;
- вычисление скейлинговой функции и дилогарифм Роджерса;
- вычисление эффективного центрального заряда по S-матрице;
- плотность энергии вакуума и S-матрица.

13. Конформная теория возмущений

- операторные разложения, структурные функции и вакуумные средние; непертурбативная природа вакуумных средних;
- теория возмущений для парных и тройных корреляционных функций; сокращение инфракрасной расходимости в структурных функциях;
- сокращение ультрафиолетовых расходимостей смешиванием операторов; явление операторного резонанса;
- примеры вычисления точных вакуумных средних;
- вычисление структурных функций на примере модели Ли–Янга.

14. Точные формфакторы квазилокальных операторов

- разложение операторов теории по операторам Фаддеева–Замолотчикова;
- условия (квази)локальности операторов — формфакторные аксиомы (Каровского–Вайша–Смирнова);
- теорема Смирнова, набросок доказательства;
- примеры точных формфакторов: теория поля Изинга при нулевом магнитном поле и модель sh-Гордона.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, доска, при необходимости медиапроектор, экран.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Н. М. Боголюбов, А. Г. Изергин, В. Е. Корепин, Корреляционные функции интегрируемых систем и квантовый метод обратной задачи, М., «Наука», 1992
2. А. М. Поляков, Калибровочные поля и струны.

Дополнительная литература

1. Квантовая теория поля в физике конденсированного состояния [Текст]/А. М. Цвеллик, -М., Физматлит, 2004
2. Голономные квантовые поля [Текст], сб. статей/М. Сато, М. Дзимбо, Т. Мива, -М., Мир, 1983
3. F. A. Smirnov, Form factors in completely integrable models of quantum field theory, Adv. Ser. Math. Phys. 14 (1992) 1–208

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Страница курса: <http://lashkevi.itp.ac.ru/lectures/imqft/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Представление материала на доске и/или при помощи медиапроектора. Возможно использование ПО для символьных и/или численных вычислений.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента в соответствии с данными в рабочей программе. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях;
- при необходимости подготовку к практическим занятиям, коллоквиумам, экзамену.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры (Квантовая теория поля, теория струн и математическая физика)
курс:	1
квалификация:	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен	
Разработчик:	М.Ю. Лашкевич, канд. физ.-мат. наук

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Интегрируемые модели квантовой теории поля» обучающийся должен:

знать:

- основные критерии интегрируемости и методы решения интегрируемых моделей в квантовой теории поля.

уметь:

- находить спектры, точные S-матрицы и формфакторы интегрируемых моделей квантовой теории поля, осуществлять бозон-фермионное соответствие, получать и исследовать уравнения Бете.

владеть:

- методами исследования интегрируемых моделей квантовой теории поля.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры контрольных заданий:

1. Найдите полную энергию классического солитонного решения модели синус-Гордона.
2. Постройте $1/N$ -разложение для модели Гросса–Невё. Найдите S-матрицу в древесном приближении.

3. Проверьте, что S-матрица $O(N)$ -модели удовлетворяет условию $S(0)=-P$, где P — оператор перестановки. Покажите, что из этого следует своеобразный принцип Паули для взаимодействующих бозонов: две частицы не могут иметь одинаковый импульс.
4. Покажите, что модель Либа—Линихера в пределе $c \rightarrow +\infty$ эквивалентна модели свободных бесспиновых фермионов.
5. Выведите формулы для энергии и импульса дырок в модели Тирринга.
6. Покажите, что эффективный центральный заряд свободного фермиона с граничными условиями Невё–Шварца равен $1/2$, а с граничными условиями Рамона равен -1 .
7. Оцените ультрафиолетовые расходимости в n -том порядке конформной теории возмущений и покажите, что неравенство $\Delta I \leq \Delta J - n(1 - \Delta\rho)$ является условием наличия ультрафиолетовой расходимости.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Переход Березинского–Костерлица–Таулеса в $O(2)$ -модели. Точное вычисление температуры перехода.
2. Асимптотическая волновая функция системы тождественных частиц в интегрируемой теории. S-матрица, уравнение Янга–Бакстера, условие унитарности, кроссинг-симметрия.
3. Вычисление структурных функций в рамках метода конформной теории возмущений. Сокращение инфракрасных и ультрафиолетовых расходимостей.
4. Эквивалентность модели Тирринга и модели синус-Гордона.
5. Формфакторные аксиомы. Теорема Смирнова.
6. Анзац Бете при конечных температурах. Уравнение Янга–Янга.
7. Построение псевдовакуума и псевдочастиц в модели Тирринга. Матрица рассеяния псевдочастиц и уравнения Бете.
8. Связь между корреляционными функциями для $O(2)$ -модели и модели синус-Гордона.
9. $1/N$ -разложение для $O(N)$ -модели. Правила диаграммной техники. S-матрица в древесном приближении.
10. Вычисление скейлинговых функций методом термодинамического анзаца Бете. Y-системы.

Пример экзаменационного билета:

Билет 1.

1. Формфакторные аксиомы. Теорема Смирнова.
2. Выведите формулы для энергии и импульса дырок в модели Тирринга.

Критерии оценивания

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

При проведении оценивания знаний обучающемуся предоставляется время на подготовку на усмотрение преподавателя. Опрос обучающегося на экзамене не должен превышать одного астрономического часа. Оценивание знаний производится в соответствии с вышеуказанными критериями в соответствии с содержанием дисциплины.