

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**и.о. директора физтех-школы  
физики и исследований им.  
Ландау**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Фазовые переходы и критические явления
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра фундаментальных и прикладных проблем физики микромира
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.М. Поволоцкий

Программа обсуждена на заседании кафедры фундаментальных и прикладных проблем физики микромира  
25.05.2020

## Аннотация

Данный курс содержит основы современной теории фазовых переходов и критических явлений, основанной на точных результатах для модельных систем и на применении методов ренормализационной группы и конформной теории поля. Будут представлены теории термодинамического и конечноразмерного подобия, статистико-механического эффекта Казимира. Курс является углубленным и предназначен для студентов, специализирующихся в области теоретической физики.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение студентами фундаментальных знаний в области современной теории фазовых переходов и критических явлений, основанной на точных результатах для модельных систем и на применении методов ренормализационной группы и конформной теории поля. Будут представлены теории термодинамического и конечноразмерного подобия, статистико-механического эффекта Казимира.

#### Задачи дисциплины

- ☐ формирование базовых знаний в области статистической физики классических и квантовых систем многих, сильно взаимодействующих частиц;
- ☐ обучение студентов современным методам теоретического описания фазовых переходов и критического состояния вещества;
- ☐ формирование подходов к выполнению студентами исследований в области статистической физики в рамках выпускных работ на степень магистра.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений

ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ феноменологию фазовых переходов;
- ☐ определение параметра дальнего порядка в микроскопической теории;
- ☐ определение критических показателей при фазовом переходе второго рода;
- ☐ основы подхода ренормализационной группы к критическим явлениям;
- ☐ масштабные преобразования корреляционных функций;
- ☐ гипотезы универсальности и скейлинга;
- ☐ особенности перехода от решеточных к континуальным моделям;
- ☐ определения и свойства группы конформных преобразований;
- ☐ конформные преобразования метрического тензора;
- ☐ определение тензора напряжений и его свойства;
- ☐ коммутационные соотношения алгебры Вирасоро;
- ☐ определение образующих алгебры Вирасоро через действие тензора напряжений;
- ☐ определение и свойства первичных полей;
- ☐ структуру операторной алгебры локальных полей;
- ☐ разложения операторных произведений и их свойства;
- ☐ конформное тождество Уорда;
- ☐ условие существования минимальных конформных теорий поля и их свойства;
- ☐ первичные поля для двумерной модели Изинга в скейлинговом пределе;
- ☐ эффекты конечных размеров на свободную энергию системы.

уметь:

- ☐ эффективно применять вышеуказанные знания на практике для решения фундаментальных и прикладных научных задач в области современной статистической физики - теории фазовых переходов и критических явлений.

владеть:

- ☐ методом масштабных преобразований в реальном пространстве;
- ☐ техникой вычисления основных критических показателей;
- ☐ методом ренормализационной группы в реальном пространстве;
- ☐ методом перехода от решеточной к континуальной теории;
- ☐ техникой конформных преобразований корреляционных функций;
- ☐ техникой преобразования классического действия при произвольном преобразовании координат.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение. Фазовые переходы.	2	2		2
2	Критические показатели. Теория Ли и Янга.	2	2		4
3	Теория конечномерного подобия. Критический эффект Казимира.	2	2		4
4	Метод ренормализационной группы.	2	2		4
5	Конформные преобразования. Тензор напряжений.	2	2		4
6	Алгебра Вирасоро. Структура операторной алгебры локальных полей.	2	2		4
7	Разложения операторных произведений. Конформное тождество Уорда.	1	1		4
8	Минимальные конформные теории поля. Первичные поля для двумерной модели Изинга.	2	2		4
Итого часов		15	15		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

##### Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Введение. Фазовые переходы.

Корреляционные функции равновесных систем. Связь корреляционных функций с макроскопическими характеристиками системы. Цепочка уравнений Боголюбова. Термодинамические фазы и переходы между ними. Метод квазисредних и его обобщения. Классификация сингулярностей термодинамических функций.

##### 2. Критические показатели. Теория Ли и Янга.

Выбор параметра дальнего порядка. Критические показатели и соотношения между ними. Распределение нулей статистической суммы для моделей типа Изинга в плоскости комплексного поля. Электростатическая аналогия.

##### 3. Теория конечномерного подобия. Критический эффект Казимира.

Эффекты конечных размеров в окрестности критической точки. Феноменологическая теория конечномерного подобия. Асимптотика плотности свободной энергии для слоя конечной толщины в окрестности критической точки. Эффект Казимира для скалярного и векторного параметра порядка.

##### 4. Метод ренормализационной группы.

Основы метода ренормализационной группы – масштабные преобразования Каданова и их применение к одномерной модели Изинга.

Общая формулировка метода ренормализационной группы для исследования критических явлений. Поток критических траекторий в неподвижную точку. Классификация переменных. Гипотезы универсальности и скейлинга.

#### 5. Конформные преобразования. Тензор напряжений.

Преобразование метрического тензора. Определение конформной группы. Конформные преобразования в пространстве с размерностью больше двух.

Определение тензора напряжений и его свойства.

#### 6. Алгебра Вирасоро. Структура операторной алгебры локальных полей.

Определение образующих алгебры Вирасоро через действие тензора напряжений на локальные поля. Коммутационные соотношения алгебры. Центральный заряд.

Определение и свойства первичных полей. Конформные блоки, конформные веса вторичных полей, выбор базиса. Структура операторной алгебры локальных полей.

#### 7. Разложения операторных произведений. Конформное тождество Уорда.

Разложения операторных произведений и их свойства. Сингулярное поведение структурных констант.

Преобразование корреляционных функций первичных полей при бесконечно малом преобразовании координат. Конформное тождество Уорда.

#### 8. Минимальные конформные теории поля. Первичные поля для двумерной модели Изинга.

Условие существования минимальных конформных теорий поля и их свойства. Спектр Каца. Параметризация центрального заряда и конформных весов.

Модель Изинга как минимальная модель  $M(3/4)$ . Её первичные поля, их конформные веса и физическая интерпретация. Поведение парных корреляционных функций для этих полей.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Меловая либо маркерная доска, компьютер и проектор.

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Термодинамика и статистическая физика. Теория равновесных систем [Текст] / И. А. Квасников - М.Изд-во МГУ, 1991
2. Введение в квантовую статистическую механику [Текст], [монография]/Н. Н. Боголюбов, Н. Н. Боголюбов (мл.), -М., Наука, 1984
3. Современная теория критических явлений [Текст]/Ш. Ма , -М., Мир, 1980

#### Дополнительная литература

1. Теория фазовых переходов [Текст], строгие результаты/Я. Г. Синай, -М., Наука, 1980

2. Фишер М. Теория сингулярностей в критической точке. В сборнике: Ф. Дайсон, Э. Монролл, М. Кац, М. Фишер. Устойчивость и фазовые переходы. «Мир», Москва, 1973.
3. Бэкстер Р. Точно решаемые модели в статистической механике. «Мир», Москва, 1985.
4. Pathria R. K. Statistical Mechanics. (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1st edition 1972, 2d edition 1996).
5. Fisher M. E. Renormalization group theory: Its basis and formulation in statistical physics, Rev. Mod. Phys., Vol. 70, No. 2, p. 653 (1998).
6. Cardy J. L. Conformal Invariance, in: Phase Transitions and Critical Phenomena, Vol. 11, p. 55, edited by Domb C. and Lebowitz J. L. (Academic, New York, 1987).

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Информационные ресурсы: Доступные через интернет журналы по теоретической и математической физике (Теоретическая и математическая физика, Успехи физических наук, European Physical Journal B, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, Journal of Statistical Physics, Lecture Notes in Physics, Physical Review Letters, Physics Reports, Physical Review E, Reviews of Modern Physics), а также учебное пособие, разработанное для данного курса.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Необходимое программное обеспечение Adobe Acrobat Reader.

Обеспечение самостоятельной работы: доступ к библиотеке и базам данных по журналам Теоретическая и Математическая Физика, Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики, Успехи Физических Наук, European Physical Journal B, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, Journal of Statistical Physics, Lecture Notes in Physics, Physical Review Letters, Physics Reports, Physical Review E, Reviews of Modern Physics.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Прикладные математика и физика  
**профиль подготовки:** Общая и прикладная физика  
Физтех-школа физики и исследований им. Ландау  
кафедра фундаментальных и прикладных проблем физики микромира  
**курс:** 1  
**квалификация:** магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** А.М. Поволоцкий

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.1 Имеет представление о современном состоянии исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Фазовые переходы и критические явления» обучающийся должен:

**знать:**



- ☐ феноменологию фазовых переходов;
- ☐ определение параметра дальнего порядка в микроскопической теории;
- ☐ определение критических показателей при фазовом переходе второго рода;
- ☐ основы подхода ренормализационной группы к критическим явлениям;
- ☐ масштабные преобразования корреляционных функций;
- ☐ гипотезы универсальности и скейлинга;
- ☐ особенности перехода от решеточных к континуальным моделям;
- ☐ определения и свойства группы конформных преобразований;
- ☐ конформные преобразования метрического тензора;
- ☐ определение тензора напряжений и его свойства;
- ☐ коммутационные соотношения алгебры Вирасоро;
- ☐ определение образующих алгебры Вирасоро через действие тензора напряжений;
- ☐ определение и свойства первичных полей;
- ☐ структуру операторной алгебры локальных полей;
- ☐ разложения операторных произведений и их свойства;
- ☐ конформное тождество Уорда;
- ☐ условие существования минимальных конформных теорий поля и их свойства;
- ☐ первичные поля для двумерной модели Изинга в скейлинговом пределе;
- ☐ эффекты конечных размеров на свободную энергию системы.

**уметь:**

- ☐ эффективно применять вышеуказанные знания на практике для решения фундаментальных и прикладных научных задач в области современной статистической физики - теории фазовых переходов и критических явлений.

**владеть:**

- ☐ методом масштабных преобразований в реальном пространстве;
- ☐ техникой вычисления основных критических показателей;
- ☐ методом ренормализационной группы в реальном пространстве;
- ☐ методом перехода от решеточной к континуальной теории;
- ☐ техникой конформных преобразований корреляционных функций;
- ☐ техникой преобразования классического действия при произвольном преобразовании координат.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

Не предусмотрено.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

Перечень контрольных вопросов:

1. Корреляционные функции равновесных систем.
2. Понятие о предельных гиббсовских состояний для решеточных систем типа Изинга.
3. Ближний и дальний порядок. Метод квазисредних и его обобщения.
4. Фазовые переходы: критичность, универсальность и скейлинг.
5. Распределение нулей статистической суммы в комплексной плоскости (теория Ли и Янга).
6. Эффекты конечных размеров системы на фазовых переходах второго рода.
7. Теория конечномерного подобию в окрестности критической точки.
8. Критический эффект Казимира для систем с геометрией слоя.
9. Метод ренормализационной группы в координатном пространстве.
10. Общая формулировка метода ренормализационной группы.
11. Определение конформной группы.
12. Преобразование метрического тензора при бесконечно малом преобразовании координат.
13. Конформные преобразования на комплексной плоскости.
14. Определение тензора напряжений и его свойства.
15. Коммутационные соотношения алгебры Вирасоро.
16. Определение образующих алгебры Вирасоро через действие тензора напряжений на локальные поля.
17. Определение и свойства первичных полей.

18. Структура операторной алгебры локальных полей.
19. Разложения операторных произведений и их свойства.
20. Преобразование корреляционных функций первичных полей при бесконечно малом преобразовании координат.
21. Конформное тождество Уорда.
22. Условие существования минимальных конформных теорий поля и их свойства.
23. Первичные поля для модели Изинга.
24. Эффекты конечных размеров на свободную энергию системы.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

1. Корреляционные функции равновесных систем.
2. Конформные преобразования на комплексной плоскости.

Билет 2.

1. Понятие о предельных гиббсовских состояниях для решеточных систем типа Изинга.
2. Определение тензора напряжений и его свойства.

Билет 3.

1. Ближний и дальний порядок. Метод квазисредних и его обобщения.
2. Коммутационные соотношения алгебры Вирасоро.

Билет 4.

1. Фазовые переходы: критичность, универсальность и скейлинг.
2. Определение образующих алгебры Вирасоро через действие тензора напряжений на локальные поля

Билет 5.

1. Эффекты конечных размеров системы на фазовых переходах второго рода.
2. Первичные поля для модели Изинга.

#### Критерии оценивания

Обучающемуся ставится оценка в соответствии с продемонстрированным уровнем подготовки; оценивание производится на усмотрения экзаменатора в соответствии с особенностями дисциплины и следующими критериями:

Оценка "отлично" (10 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (9 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка "отлично" (8 баллов) выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочётами.

Оценка "хорошо" (7 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка "хорошо" (6 баллов) выставляется студенту, если он твёрдо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка "хорошо" (5 баллов) выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка "удовлетворительно" (4 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка "удовлетворительно" (3 балла) выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка "неудовлетворительно" (2 балла) выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка "неудовлетворительно" (1 балл) выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

При проведении оценивания знаний обучающемуся предоставляется время на подготовку на усмотрение экзаменатора. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать одного астрономического часа. Оценивание знаний производится в соответствии с вышеуказанными критериями в соответствии с содержанием дисциплины.