

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы физики
и исследований им. Ландау
А.В. Рогачев**

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Тензорные сети и их приложения
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 15 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составили:

А.А. Мельников

Г.Б. Лесовик, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

Программа обсуждена на заседании Физтех-кластера академической и научной карьеры 17.04.2023

Аннотация

Тензорные сети – это математический формализм, который позволяет эффективно решать задачи высокой размерности. Как и квантовые компьютеры, они обладают логарифмической сложностью по решению задач, однако реализованы на классическом железе. С помощью тензорных сетей можно эффективно симулировать квантовые цепи, решать дифференциальные уравнения, использовать в оптимизации и машинном обучении. Во многом, алгоритмы на тензорных сетях даже превосходят текущие квантовые, поэтому изучение их просто необходимо, как для решения реальных задач индустрии, так и для развития квантовых алгоритмов. Кроме того, это просто сама по себе очень красивая теория, где многое описывается в картинках.

В рамках курса будут изучены основы тензорных сетей: обозначения, операции с ними и основные алгоритмы. Кроме того, по каждой из тем, студентам будет предложена практическая задача, которую нужно будет реализовать на языке python. После окончания курса, студенты получают навыки, которые смогут легко использовать для решения задач индустрии и науки.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать студентам базу, на основе которой они могли бы сразу решать научные и прикладные задачи как в сфере тензорных вычислений, так и квантовых алгоритмов на их основе.

Задачи дисциплины

Изучение основ тензорных сетей и алгоритмов на них. Кроме того, практическая реализация этих алгоритмов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели

новые научные результаты

ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основы тензорных сетей: обозначения и операции с ними. Основные алгоритмы: по нахождению основного состояния, локального гамильтониана, решения систем линейных уравнений. Как применять к задачам машинного обучения и оптимизации.

уметь:

Работать с тензорами и реализовывать вышеуказанные алгоритмы на языке python.

владеть:

Библиотеками numpy и ttpy в python.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Обозначения и операции с тензорами	2			4
2	Тензорные разложения	2			4
3	Тензорный поезд	2			2
4	Алгоритм DMRG	1	3		2
5	Операции с тензорным поездом	1	3		4
6	“Квантизованный” тензорный поезд	2			2
7	Алгоритм решения систем АМEn	1	3		4
8	Алгоритм крестовой аппроксимации	1	3		2
9	Алгоритм tt-оптимизации	1	3		2
10	Применение к машинному обучению	2			4
Итого часов		15	15		30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Обозначения и операции с тензорами

Введение в обозначения тензоров, свертка тензоров и ее сложность. Применение свертки к симуляции квантовых цепей. Практическое задание по симуляции квантовой цепи при помощи тензорных сетей.

2. Тензорные разложения

Основные матричные разложения, такие как SVD, QR и крестовое разложение. Введение понятия ранга тензорной сети и способы его понижения при помощи изученных разложений. Практическое задание по понижению ранга конкретной тензорной сети.

3. Тензорный поезд

Введение в формализм тензорного поезда – частного случая тензорной сети. Алгоритм по представлению произвольного тензора в виде тензорного поезда.

4. Алгоритм DMRG

Основной алгоритм тензорных сетей – DMRG, который позволяет находить основное состояние локального Гамильтониана. На его основе будут изучены все дальнейшие алгоритмы.

5. Операции с тензорным поездом

Изучение всех основных алгебраических операций с тензорными поездами и их сложность.

6. “Квантизованный” тензорный поезд

Будет изучен особый класс тензорных поездов – квантизованный тензорный поезд, который получается через введение искусственных размерностей. Именно благодаря этому формату достигается логарифмическая сложность алгоритмов. Кроме того, этот формат очень похож на представление квантового компьютера.

7. Алгоритм решения систем AMEn

Алгоритм по решению систем линейных уравнений, представленных в тензорном формате, AMEn. Этот алгоритм является комбинацией DMRG и классического метода наискорейшего спуска.

8. Алгоритм крестовой аппроксимации

Будет изучен самый эффективный алгоритм по представлению произвольного тензора в виде тензорного поезда.

9. Алгоритм tt-оптимизации

Алгоритм оптимизации, основанный на крестовой аппроксимации и степенного метода нахождения максимальных собственных значений.

10. Применение к машинному обучению

Замена полно-связного слоя нейронной сети на тензорный и решение конкретных задачи при помощи такой замены.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная доской, мультимедиапроектором и экраном.

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Ivan Oseledets Tensor-train decomposition // Scientific Computing, 2011
2. Roman Orus A Practical Introduction to Tensor Networks: Matrix Product States and Projected Entangled Pair States // Annals of Physics, 2013
3. Andrzej Cichocki Tensor Networks for Big Data Analytics and Large-Scale Optimization Problem // arxiv, 2014

Дополнительная литература

1. Ivan Oseledets and Eugene Tyrtyshnikov Tt-cross approximation for multidimensional arrays // Linear Algebra and its Applications, 2010
2. Ivan Oseledets Constructive representation of functions in low-rank tensor formats // Constructive Approximation
3. Kazeev V., Khoromskij B, Low-rank explicit qtt representation of the Laplace operator and its inverse // SIAM, 2012
4. Dolgov S., Savostyanov D. Alternating minimal energy methods for linear systems in higher dimensions // SIAM, 2014
5. Johnnie Gray and Stefanos Kourtis Hyper-optimized tensor network contraction // Quantum, 2021

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <https://tensornetwork.org/>
2. <https://www.tensors.net/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Язык программирования python.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау Физтех-кластер академической и научной карьеры (Фундаментальные проблемы физики квантовых технологий)
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчики:

А.А. Мельников

Г.Б. Лесовик, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Тензорные сети и их приложения» обучающийся должен:

знать:

Основы тензорных сетей: обозначения и операции с ними. Основные алгоритмы: по нахождению основного состояния, локального гамильтониана, решения систем линейных уравнений. Как применять к задачам машинного обучения и оптимизации.

уметь:

Работать с тензорами и реализовывать вышеуказанные алгоритмы на языке python.

владеть:

Библиотеками numpy и ttpu в python.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

1. Опишите принципы работы алгоритма AMEn.
2. Реализовать алгоритм DMRG.
3. Подготовить доклад про текущие методы симуляции квантовых цепей при помощи тензорных сетей.

Примеры контрольных заданий:

1. Засимулировать данную квантовую цепь при помощи тензорной сети.
2. Реализовать алгоритм AMEn.
3. Аппроксимировать случайный тензор через тензорный поезд при помощи крестовой аппроксимации.
4. Найти оптимум полинома Чебышева при помощи тензорного оптимизатора.
5. Решить данную задачу классификации при помощи полно-связной тензорной нейронной сети.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень примерных контрольных вопросов:

1. Определить сложность свертки данной тензорной сети.
2. Нарисовать в тензорных обозначениях, как выглядит норма Фробениуса данного тензора.
3. Описать алгоритм приведения тензора к тензорному поезду.
4. Как связан алгоритм AMEn с алгоритмом DMRG?
5. Как реализовать алгебраические операции с тензорным поездом при помощи DMRG?
6. Обозначения и операции с тензорами
7. Тензорные разложения
8. Тензорный поезд
9. Алгоритм DMRG
10. Операции с тензорным поездом
11. Квантованный тензорный поезд
12. Алгоритм крестовой аппроксимации

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

Обозначения и операции с тензорами

Билет 2.

Тензорные разложения

Билет 3.

Тензорный поезд

Билет 4.

Алгоритм DMRG

Билет 5.

Операции с тензорным поездом

Билет 6.

Квантованный тензорный поезд

Билет 7.

Алгоритм решения систем AMEn

Билет 8.

Алгоритм крестовой аппроксимации

Билет 9.

Алгоритм tt-оптимизации

Билет 10.

Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Оценка за курс выставляется на основании оценивания практических работ и устного ответа во время экзамена. Экзамен проводится по билетам в устной форме. В каждом билете представлен один теоретический вопрос. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.