

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы физики  
и исследований им. Ландау  
А.В. Рогачев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Open Quantum Systems/Открытые квантовые системы
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра физики и технологии наноструктур
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: А.А. Вишневый, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры физики и технологии наноструктур 01.04.2024

## Аннотация

Курс является вводным в основные теоретические методы анализа открытых квантовых систем для развития навыков по организации самостоятельных исследований в широком спектре научных направлений. Будут изучены следующие методы и подходы: метод Гейзенберга-Ланжевена; метод матрицы плотности (уравнение Линдблада); метод кластерного разложения; метод неравновесных функций Грина (техника Келдыша).

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Введение в основные теоретические методы анализа открытых квантовых систем для развития навыков по самостоятельной организации исследований в широком спектре научных направлений.

#### Задачи дисциплины

Изучение:

1. Метода Гейзенберга-Ланжевена.
2. Метода матрицы плотности (уравнение Линдблада).
3. Метода кластерного разложения.
4. Метода неравновесных функций Грина (техника Келдыша).

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования

ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

1. Основные уравнения, описывающие динамику открытой квантовой системы.
2. Критерии, по которым резервуар можно отнести к марковскому.
3. Влияние случайного набора фазы на матрицу плотности.

уметь:

1. Вычислять динамику корреляторов операторов рождения и уничтожения фотонов, взаимодействующих с тепловым резервуаром.
2. Вычислять коэффициенты диффузии (корреляторы ланжевеновских сил) используя уравнение Эйнштейна.

владеть:

1. Набором навыков и знаний, необходимых для решения актуальных научных и технических задач.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Состояние открытых квантовых систем	4			4
2	Метод матрицы плотности	6			6
3	Метод Гейзенберга-Ланжевена	6			6
4	Кластерное разложение	6			6
5	Основы неравновесной диаграммной техники	8			8
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			

Общая трудоёмкость	90 час., 2 зач.ед.
--------------------	--------------------

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Состояние открытых квантовых систем

Матрица плотности. Представление чисел заполнения. Уравнение фон Неймана. Распределение Гиббса.

##### 2. Метод матрицы плотности

Спонтанное излучение как взаимодействие с резервуаром нулевой температуры. Уравнение Линдблада для системы, взаимодействующей с марковским резервуаром. Случайный набор фазы. Спонтанное излучение эмиттера со сбоем фазы с резонатором с затуханием в режиме слабой связи (эффект Парселла).

##### 3. Метод Гейзенберга-Ланжевена

Гейзенберговское представление в квантовой механике. Динамическое уравнение для операторов с Ланжевенскими силами. Динамика операторных корреляторов второго и более высоких порядков. Теорема квантовой регрессии.

##### 4. Кластерное разложение

Иерархия Боголюбова. Определение неприводимых синглетных, дублетных, триплетных корреляторов. Применение к одномодовому лазеру.

##### 5. Основы неравновесной диаграммной техники

Оператор эволюции в представлении взаимодействия. Келдышевский контур. Функция Грина. Частичное суммирование, собственно-энергетическая часть, уравнение Дайсона. Уравнения Каданова-Бейма. Применение к спонтанному и вынужденному излучению в одномодовом лазере.

#### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Комплект электронных презентаций/слайдов; аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук); при необходимости специальные технические средства для обучающихся инвалидов и лиц с ОВЗ.

#### 6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

Literature fund of the basic department:

1. М.О. Скалли, М.С. Зубайри, Квантовая Оптика (Физматлит, Москва, 2003).
2. Н.-Р. Breuer, F. Petruccione, The Theory of Open Quantum Systems (Oxford University Press, 2002).

Дополнительная литература

Literature fund of the basic department:

1. П. И. Арсеев, “О диаграммной технике для неравновесных систем: вывод, некоторые особенности и некоторые применения”, УФН, 185:12 (2015), 1271–1321; Phys. Usp., 58:12 (2015), 1159–1205.
2. M. Lax, “Quantum Noise. IV. Quantum theory of Noise Sources”, Phys. Rev., 145, 110–129 (1966).
3. J. Fricke, “Transport Equations Including Many-Particle Correlations for an Arbitrary Quantum System: A General Formalism”, Ann. Phys., 252, 479–498 (1996).

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

При подготовке и проведении лекционных занятий используется сеть интернет.  
Кроме того, используется Libre Office, а также графический пакет Ink Scape.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Студент, изучающий дисциплину, должен, с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике. В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения и понятия, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Общая и прикладная физика Физтех-школа физики и исследований им. Ландау кафедра физики и технологии наноструктур
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	магистр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	А.А. Вишневый, канд. физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Владеет системой фундаментальных научных знаний в области физико-математических наук	ОПК-1.1 Знает и способен использовать в профессиональной деятельности фундаментальные научные знания в области физико-математических наук
	ОПК-1.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Понимает междисциплинарные связи в области математики и физики и способен их применять при решении задач профессиональной деятельности
ОПК-2 Имеет представление об актуальных проблемах науки и техники в области своей профессиональной деятельности, способен на научном языке формулировать профессиональные задачи	ОПК-2.3 Владеет профессиональной терминологией, используемой в современной научно-технической литературе, обладает навыками устного и письменного изложения результатов научной деятельности в рамках профессиональной коммуникации
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.1 Способен анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ОПК-3.3 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, понимает и учитывает на практике границы применимости получаемых решений
ОПК-4 Способен успешно реализовывать решение поставленной задачи, провести анализ результата и представить выводы, применяя знания и навыки в области физико-математических наук и информационно-коммуникационных технологий	ОПК-4.2 Способен применять знания в области физико-математических наук для решения поставленной задачи, формулирования выводов и оценки полученных результатов
	ОПК-4.3 Способен аргументировано выбирать способ проведения научного исследования
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
	ПК-2.2 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Open Quantum Systems/Открытые квантовые системы» обучающийся должен:

**знать:**

1. Основные уравнения, описывающие динамику открытой квантовой системы.
2. Критерии, по которым резервуар можно отнести к марковскому.
3. Влияние случайного набора фазы на матрицу плотности.

**уметь:**

1. Вычислять динамику корреляторов операторов рождения и уничтожения фотонов, взаимодействующих с тепловым резервуаром.
2. Вычислять коэффициенты диффузии (корреляторы ланжевеновских сил) используя уравнение Эйнштейна.

**владеть:**

1. Набором навыков и знаний, необходимых для решения актуальных научных и технических задач.

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по теме прошлого занятия.

### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примеры контрольных заданий:

1. Доказать теорему Вика для четырехоператорного среднего.
2. Уравнение движения приведенной матрицы плотности, описывающей поле одномодового резонатора, взаимодействующего с вакуумным резервуаром через частично пропускающее зеркало, имеет вид  $d(\rho)/dt = -\gamma/2 (a^{(+)} a \rho - 2a \rho a^{(+)} + \rho a^{(+)} a)$ , где  $\gamma = \omega/Q$  - скорость затухания. Выведите уравнения для соответствующих величин и покажите, что квантовые флуктуации  $\langle DX_1^2 \rangle$  и  $\langle DX_2^2 \rangle$ , где  $X_1 = (a + a^{(+)})/2$  и  $X_2 = (a - a^{(+)})/2i$ , увеличиваются благодаря диссипации.
3. Одинокная мода с частотой  $\omega$  взаимодействует с тепловым резервуаром. Эволюция системы описывается уравнением Ланжевена  $da/dt = -0.5 \gamma a + F_{\{a\}}(t)$ , где  $a(t) = a(t) \exp(i \omega t)$ . Вычислить дисперсию  $\langle DX_1^2 \rangle$ , где  $X_1 = (a + a^{(+)})/2$ , в момент времени  $t$ , считая ее известной в начальный момент времени ( $t=0$ ).
4. Матрица плотности.
5. Представление чисел заполнения.
6. Уравнение фон Неймана.
7. Распределение Гиббса.
8. Спонтанное излучение как взаимодействие с резервуаром нулевой температуры.
9. Уравнение Линдблада для системы, взаимодействующей с марковским резервуаром.
10. Случайный набор фазы.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1.

1. Матрица плотности. Представление чисел заполнения. Уравнение фон Неймана. Распределение Гиббса.
2. Доказать теорему Вика для четырехоператорного среднего.

Билет 2.

1. Спонтанное излучение как взаимодействие с резервуаром нулевой температуры. Уравнение Линдблада для системы, взаимодействующей с марковским резервуаром. Случайный набор фазы.
2. Уравнение движения приведенной матрицы плотности, описывающей поле одномодового резонатора, взаимодействующего с вакуумным резервуаром через частично пропускающее зеркало, имеет вид  $d(\rho)/dt = -\gamma/2 (a^{(+)} a \rho - 2a \rho a^{(+)} + \rho a^{(+)} a)$ , где  $\gamma = \omega/Q$  - скорость затухания. Выведите уравнения для соответствующих величин и покажите, что квантовые флуктуации  $\langle DX_1^2 \rangle$  и  $\langle DX_2^2 \rangle$ , где  $X_1 = (a + a^{(+)})/2$  и  $X_2 = (a - a^{(+)})/2i$ , увеличиваются благодаря диссипации.



## Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

## 5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Экзамен проводится в устной форме по билетам. В каждом билете представлено два теоретических вопроса. При проведении экзамена обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.