

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор физтех-школы**  
**аэрокосмических технологий**  
**С.С. Негодяев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Введение в механику сплошных сред: гидрогазодинамика
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Геокосмические науки и технологии Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра физической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 75 всего, в том числе:

лекции: 45 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составили:

Э.Н. Вознесенский, канд. физ.-мат. наук, доцент

Э.Е. Сон, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры физической механики 04.06.2020

## Аннотация

Курс "Введение в механику сплошных сред: гидрогазодинамика" относится к обязательной части образовательной программы, изучается на 2 курсе.

Изучение учебной дисциплины направлено на формирование базовых знаний по гидрогазовой динамике.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- формирование базовых знаний по механике сплошных сред для использования в областях и дисциплинах естественнонаучного профиля;
- формирование исследовательских навыков и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- дать студентам базовые знания в области механики сплошных сред;
- научить студентов применять полученные знания для решения прикладных задач.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической механики сплошных сред;
- современные проблемы механики сплошных сред;
- порядки численных величин, характерные для механики твердого деформируемого тела.

уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- получать наилучшие значения измеряемых величин и правильно оценить степень их достоверности;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Механика жидкости и газа. Введение.	3	2		4
2	Математический аппарат механики сплошных сред.	3	2		4
3	Термодинамика газов и жидкостей.	3	2		4
4	Стационарные адиабатические течения сжимаемого газа.	3	2		4
5	Нестационарные адиабатические течения сжимаемого газа.	3	2		4
6	Ударные волны.	3	2		4
7	Кинематика газовых и жидких сред.	3	2		4
8	Уравнения механики сплошных сред в трехмерном случае.	3	2		4
9	Термодинамика необратимых процессов.	3	2		4
10	Граничные условия в механике сплошных сред.	3	2		4
11	Гидростатика.	3	2		4
12	Динамика идеальной жидкости.	3	2		4
13	Динамика вязкой жидкости.	3	2		4
14	Устойчивость течений газа и жидкости.	3	2		4
15	Турбулентное движение газа и жидкости.	3	2		4
Итого часов		45	30		60
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 4 (Весенний)

##### 1. Механика жидкости и газа. Введение.

Основные понятия механики сплошных сред: твердое тело, жидкость, газ, плазма. Предмет механики сплошных сред - механика деформируемого твердого тела, механика жидкости, газа и плазмы, механика пористых, вязкоупругих, вязкопластических и сыпучих сред. Полевое описание переменных в механике сплошных сред.

##### 2. Математический аппарат механики сплошных сред.

Понятие о тензоре. Определение и свойства тензоров. Преобразование тензоров при преобразованиях системы координат. Инварианты тензора второго порядка. Оператор набла, градиент, дивергенция, ротор. Дифференциальные операции над скалярными и векторными функциями. Теорема Остроградского-Гаусса.

##### 3. Термодинамика газов и жидкостей.

Теплота, работа, внутренняя энергия, первый закон термодинамики. Термодинамические переменные и потенциалы. Собственные термодинамические переменные. Дифференциалы термодинамических переменных. Якобианы. Соотношение Максвелла. Удельные термодинамические переменные и потенциалы. Удельные объем, внутренняя энергия, энтальпия, энтропия. Молярные и удельные теплоемкости. Термодинамическое и калорическое уравнения состояния вещества. Теплоемкости совершенного газа, соотношение Майера, показатель адиабаты. Внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, химический потенциал совершенного газа. Термодинамические процессы: изотермический, адиабатический и политропический процессы. Термодинамические циклы: Карно, Брайтона, двигателя внутреннего сгорания и дизельного двигателя. Теплоизолированные и открытые системы. Максимальная работа системы во внешней среде. Смеси совершенных газов. Молярные (объемные) и удельные концентрации. Внутренние степени свободы. Химические реакции. Уравнение состояния, внутренняя энергия и энтальпия газа с внутренними степенями свободы частиц. Фазовые переходы. Уравнение Клапейрона-Клаузиуса.

#### 4. Стационарные адиабатические течения сжимаемого газа.

Адиабатические движения сжимаемого газа. Одномерные уравнения непрерывности, движения и адиабатичности стационарного течения газа. Метод малых возмущений. Звуковые волны. Скорость звука в жидкости, газе и твердом теле. Скорость звука в смеси газов. Число Маха и конус Маха. Движение тел при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях. Области распространения возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых течениях. Интеграл Бернулли для сжимаемого газа. Температура и давление торможения. Газодинамические функции. Зависимость давления, плотности, температуры, скорости звука от числа Маха. Условия учета сжимаемости газа. Истечение газов из резервуаров. Движение сжимаемого газа по трубам переменного сечения. Разгон и торможение потока. Формула расхода. Сверхзвуковое сопло Лавалля, дозвуковой диффузор. Задача профилирования сопла. Сила реакции, определение тяги реактивного двигателя. Расчетные и нерасчетные режимы течения. Газодинамические течения с теплоподводом и теплоотводом.

#### 5. Нестационарные адиабатические течения сжимаемого газа.

Газовая динамика одномерных нестационарных течений. Метод характеристик. Гиперболические линейные и квазилинейные уравнения. Одномерные нестационарные течения сжимаемого газа. Метод характеристик. Инварианты Римана. Волны сжатия и разрежения. Задача о поршне вдвигаемом и выдвигаемом из трубы. Бесконечная труба и труба конечной длины.

#### 6. Ударные волны.

Соотношения на прямом скачке. Адиабата Гюгонио, сравнение с адиабатой Пуассона. Возрастание энтропии при переходе через ударную волну. Теорема Цемпелена. Сильные и слабые ударные волны. Годограф скоростей. Соотношения на косой ударной волне. Ударная поляра. Отошедшие ударные волны. Взаимодействие скачков уплотнения с пограничным слоем. Течение Прандтля-Майера.

#### 7. Кинематика газовых и жидких сред.

Разложение перемещения на деформацию и вращение. Тензор скоростей деформаций. Разложение скорости деформации среды на тензоры скоростей деформации и завихренности. Лагранжево и эйлерово описания движения сплошной среды в трехмерном случае. Скорость и ускорение при эйлеровом описании среды. Субстанциальная или материальная производная произвольной функции по времени.

#### 8. Уравнения механики сплошных сред в трехмерном случае.

Уравнение непрерывности. Уравнение движения Эйлера и Навье-Стокса. Закон Ньютона для вязкой жидкости. Динамическая и кинематическая вязкости. Уравнение энергии, уравнения для энтальпии и температуры.

#### 9. Термодинамика необратимых процессов.

Второй закон термодинамики и производство энтропии. Связь между потоками тепла и градиентом температуры, тензором напряжений и тензором скоростей деформации. Положительность коэффициентов вязкости и теплопроводности.

#### 10. Граничные условия в механике сплошных сред.

Граничные условия в механике сплошных сред. Граничные условия для плотности, скорости, давления и касательных напряжений. Условия на разрыве для плотности, импульса и энтальпии. Поверхностное натяжение. Формула Лапласа. Взаимодействие поверхностей разрыва. Ширина ударной волны.

#### 11. Гидростатика.

Равновесие жидкости. Абсолютное и относительное равновесие. Давление в любой точке жидкости в состоянии равновесия. Основное уравнение гидростатики. Поверхности равного давления. Равновесие тяжелой несжимаемой жидкости. Равновесие весомого газа. Барометрическая формула. Стандартная атмосфера. Равновесие при наличии негравитационных массовых сил. Давление жидкости на плоские и криволинейные поверхности. Закон Архимеда. Плавание тел.

#### 12. Динамика идеальной жидкости.

Модели жидкости: идеальная несжимаемая жидкость, вязкая несжимаемая жидкость, идеальная сжимаемая жидкость, вязкая сжимаемая жидкость. Траектории жидких частиц. Линии тока. Установившееся и неустановившееся движение. Трубка тока. Вихревые и безвихревые движения. Уравнения Эйлера в форме Громека-Лэмба. Интеграл Коши-Лагранжа и интеграл Бернулли. Потенциал скорости. Функция тока. Движение цилиндра и сферы в идеальной жидкости. Парадокс Стокса.

#### 13. Динамика вязкой жидкости.

Стационарные течения вязкой жидкости в трубах и каналах. Течение Пуазейля. Распределение параметров по сечению трубы. Коэффициент сопротивления для гладких труб. Понятие о пограничном слое.

#### 14. Устойчивость течений газа и жидкости.

Методы решения задач линейной устойчивости. Устойчивость плоскопараллельных течений. Уравнение Орра-Зоммерфельда. Динамические и кинематические граничные условия. Дисперсионные соотношения. Теоремы Релея об устойчивости плоскопараллельных течений. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца для плоскопараллельного течения идеальной жидкости. Неустойчивость Релея-Тейлора контактного разрыва в гравитационном поле.

#### 15. Турбулентное движение газа и жидкости.

Турбулентное движение газа и жидкости. Осреднение турбулентных течений. Тензор напряжений Рейнольдса. Распределение скоростей в пограничном слое и в трубе при больших числах Рейнольдса. Переход от ламинарного к турбулентному течению. Характеристики турбулентного течения. Теория Прандтля-Кармана. Гипотеза Прандтля о пути перемешивания. Логарифмический профиль скоростей. Коэффициент сопротивления трубы в турбулентном режиме.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: аудитория, компьютер и мультимедийное оборудование: проектор, интерактивная доска.

## **6. Перечень рекомендуемой литературы**

### **Основная литература**

1. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 6 : Гидродинамика : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом образования Рос. Федерации / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под ред. Л. П. Питаевского .— 5-е изд., стереотип. — 3-е изд., перераб. — М. : Физматлит, 1986, 1988, 2003, 2006 .— 736 с.
2. Прикладная газовая динамика [Текст] : в 2 ч. Ч. 1 : [учеб. пособие для вузов] / Г. Н. Абрамович .— 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1991 .— 600 с.
3. Введение в гидрогазодинамику и теорию ударных волн для физиков [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. П. Райзер .— М. : Интеллект, 2011 .— 432 с.

### **Дополнительная литература**

1. Механика жидкости и газа [Текст] : учебник для вузов / Л. Г. Лойцянский ; Рек. М-вом образования РФ .— 7-е изд., испр. — М. : Дрофа, 2003 .— 840 с.
2. Теория пограничного слоя [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / Г. Шлихтинг ; пер. с нем. Г. А. Вольперта ; под ред. Л. Г. Лойцянского .— 6-е изд. — М. : Наука, 1974 .— 711 с.
3. Прикладная газовая динамика [Текст] : в 2 ч. Ч. 2 : [учеб. пособие для вузов] / Г. Н. Абрамович .— 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1991 .— 301 с.
4. Введение в механику жидкости и газа [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. Н. Широков, Э. Н. Вознесенский ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Фед. агентство по образованию, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : Изд-во МФТИ, 2007 .— 324 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Программный комплекс Abaqus для подготовки лекционных демонстраций.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Успешное освоение курса «Введение в механику сплошных сред» требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, семинаров, учебной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях,
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи.

В рамках курса рекомендуем ознакомиться со следующей литературой:

1. Э.Е.Сон. Введение в механику сплошных сред, МФТИ. 2010.
2. Г.Г.Черный. Газовая динамика. М.: Наука, 1988.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Геокосмические науки и технологии Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра физической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 4 (весенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчики:**

Э.Н. Вознесенский, канд. физ.-мат. наук, доцент

Э.Е. Сон, д-р физ.-мат. наук, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ОПК-3 Способен составлять и оформлять научные и (или) технические (технологические, инновационные) отчеты (публикации, проекты)	ОПК-3.1 Знает основные правила оформления научных публикаций и научно-технической документации, в том числе с использованием прикладного программного обеспечения

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Введение в механику сплошных сред: гидрогазодинамика » обучающийся должен:

### знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории классической механики сплошных сред;
- современные проблемы механики сплошных сред;
- порядки численных величин, характерные для механики твердого деформируемого тела.

### уметь:

- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач;
- делать правильные выводы из сопоставления результатов теории и эксперимента;
- производить численные оценки по порядку величины;
- видеть в технических задачах физическое содержание;
- осваивать новые предметные области, теоретические подходы и экспериментальные методики;
- получать наилучшие значения измеряемых величин и правильно оценить степень их достоверности;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

### владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

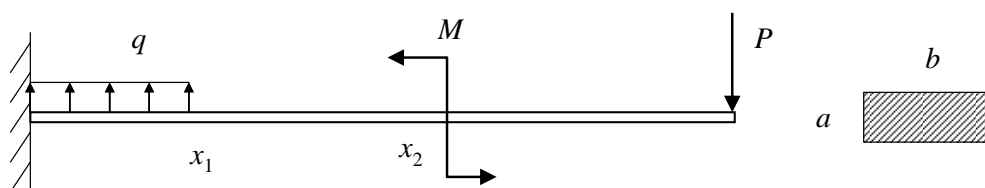
Итоговая аттестация по дисциплине «Введение в Механику сплошных сред» проводится в форме дифференцированного зачета.

Текущий контроль осуществляется в форме контрольных работ, тестов, и заданий (одно задание в осеннем семестре, одно задание в весеннем семестре) в письменной форме. Каждое задание в контрольных, самостоятельных и тестовых работах оценивается определенным количеством баллов в конце условия каждого задания. По итогам набранных баллов выставляется оценка.

#### Контрольная работа по теме «Изгиб балок»

##### Вариант 1

Дана балка длиной  $l$  прямоугольного сечения. К балке приложены нагрузки, как показано на рисунке.

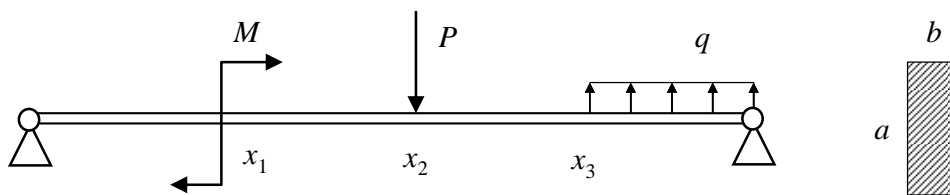


Задание:

1. Построить эпюру изгибающего момента. (3)
2. Построить эпюру перерезывающей силы. (3)
3. Рассчитать упругую энергию изогнутой балки. (2)
4. Рассчитать момент инерции сечения. Найти максимальные нормальные напряжения. Указать в каком сечении они имеют место. (2)

##### Вариант 2

Дана балка длиной  $l$  прямоугольного сечения. К балке приложены нагрузки, как показано на рисунке.



Задание:

5. Построить эпюру изгибающего момента. (3)
6. Построить эпюру перерезывающей силы. (3)
7. Рассчитать упругую энергию изогнутой балки. (2)
8. Рассчитать момент инерции сечения. Найти максимальные нормальные напряжения. Указать в каком сечении они имеют место. (2)

Остальные варианты формулируются аналогично. Меняются исходные условия: способ закрепления балки, расположение и вид приложенных сосредоточенных и распределенных сил, сосредоточенных моментов. Также варьируются сечения балок для расчета положения нейтральной линии и момента инерции сечения.

#### Примеры вопросов для теста по теории (проверка минимально необходимых знаний)

1. Выражение тензора малых деформаций через вектор перемещений.
2. Геометрический смысл компонент тензора малых деформаций.
3. Правило знаков для компонент тензора малых деформаций.

4. Вектор напряжений. Формула Коши.
5. Физический смысл компонент тензора напряжений.
6. Правило знаков для компонент тензора напряжений.
7. Уравнение движения и равновесия.
8. Сформулировать закон Гука для изотропного материала.
9. Энергия упругой деформации.
10. Сформулировать теорему Кастилиано.
11. Дать определение статически определимой и статически неопределимой стержневой системы.
12. Дать определение момента инерции сечения.
13. Чем отличается чистый изгиб от поперечного изгиба?
14. Правило знаков для изгибающего момента и перерезывающей силы.
15. Гипотеза плоских сечений.
16. Написать связь между интенсивностью распределенной нагрузки, перерезывающей силой и изгибающим моментом.
17. Как при чистом изгибе связаны между собой кривизна деформированной оси балки и изгибающий момент в данном поперечном сечении?
18. Дифференциальное уравнение упругой линии балки.
19. Геометрические характеристики сечения при кручении.
20. Формула Эйлера для устойчивости стержней (с выводом).
21. Волновое уравнение. Скорость продольной и поперечной волны в изотропной упругой среде.
22. Первая теория прочности.
23. Вторая теория прочности.
24. Третья теория прочности.
25. Четвертая теория прочности.
26. Критерий Гриффитса развития трещины.
27. Дать определение ползучести. Сформулировать принцип суперпозиции Больцмана.

#### **Дополнительные вопросы**

1. Условия термодинамической устойчивости.
2. Фазовые переходы.
3. Плоские течения несжимаемой жидкости.
4. Скорость звука в сплошных однофазных и многофазных средах.
5. Формулы Лапласа и Ньютона.
6. Интеграл Бернулли в стационарном вихревом течении.
7. Граничные условия в механике сплошных сред для плотности, импульса, энергии.
8. Газодинамические функции изэнтропического потока.
9. Скорость звука в смеси газов. Число Маха и конус Маха.
10. Стационарные адиабатические течения сжимаемого газа.
11. Формула расхода. Сверхзвуковое сопло Лаваля, дозвуковой диффузор.
12. Простые волны Римана.
13. Основные уравнения гидродинамики: непрерывности, диффузии, энергии, движения, примеси.
14. Инварианты Римана. Волны сжатия и разрежения.
15. Прямые ударные волны.
16. Течения с теплоподводом. Основные уравнения и граничные условия.
17. Наклонные ударные волны.
18. Формула Лапласа. Взаимодействие поверхностей разрыва.
19. Термодинамические циклы. Циклы паротрубных установок.

20. Течение Прандтля-Майера.
21. Потенциал скорости. Функция тока. Движение цилиндра и сферы в идеальной жидкости.
22. Многофазные среды. Скорость звука в парожидкостной среде.
23. Динамика вязкой жидкости. Течение в трубе. При больших числах Рейнольдса.
24. Приближение пограничного слоя.
25. Теоремы Релея об устойчивости плоскопараллельных течений.
26. Осреднение турбулентных течений. Тензор напряжений Рейнольдса.
27. Условие перехода от ламинарного к турбулентному течению.

### **Примеры билетов, используемых на дифференцированном зачете.**

В билет входит один вопрос по теории и задача.

#### **БИЛЕТ № 1**

1. Тензор малых деформаций. Геометрический смысл компонент тензора малых деформаций. Симметричность тензора малых деформаций.
2. Задача на тему ползучесть.

#### **БИЛЕТ № 2**

1. Тензор напряжений. Физический смысл компонент тензора напряжений. Правило знаков. Симметричность тензора напряжений. Диаграмма Мора.
2. Задача на тему изгиб балки.

#### **БИЛЕТ № 3**

1. Основные уравнения механики твердого деформируемого тела: уравнение неразрывности, уравнения равновесия и движения.
2. Задача на тему устойчивость стержней.

#### **БИЛЕТ № 4**

1. Линейная среда. Закон Гука для изотропного материала.
2. Задача на тему ползучесть.

#### **БИЛЕТ № 5**

1. Энергия упругой деформации. Теорема Кастилиано.
2. Задача на тему устойчивость стержней.

#### **БИЛЕТ № 6**

1. Растяжение и сжатие упругих стержней. Статически определимые и неопределимые системы.
2. Задача на тему тензор напряжений.

#### **БИЛЕТ № 7**

1. Изгиб упругих балок. Внутренняя поперечная сила и внутренний изгибающий момент. Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента.
2. Задача на тему ползучесть.

#### **БИЛЕТ № 8**

1. Изгиб упругих балок. Гипотеза плоских сечений. Геометрические характеристики сечений при изгибе. Нормальные напряжения при изгибе. Касательные напряжения при изгибе.
2. Задача на тему устойчивость стержней.

#### **БИЛЕТ № 9**

1. Теорема Кастильяно. Применение теоремы Кастилиано для изгиба. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки.

2. Задача на тему ползучесть.

БИЛЕТ № 10

1. Кручение стержней с круговым сечением. Внутренний крутящий момент. Геометрические характеристики сечения при кручении. Напряжения при кручении.
2. Задача на тему тензор напряжений.

БИЛЕТ № 11

1. Кручение стержней с эллиптическим сечением. Внутренний крутящий момент. Геометрические характеристики сечения при кручении. Напряжения при кручении. Деформация.
2. Задача на тему ползучесть.

БИЛЕТ № 12

1. Устойчивость стержней. Понятие устойчивости. Формула Эйлера и ее применение для различных стержней.
2. Задача на тему ползучесть.

БИЛЕТ № 13

1. Волны в стержнях. Волны безвихревые. Волны бездивергентные.
2. Задача на тему изгиб балки.

БИЛЕТ № 14

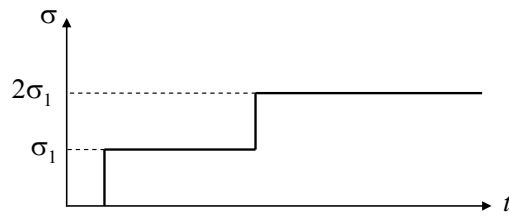
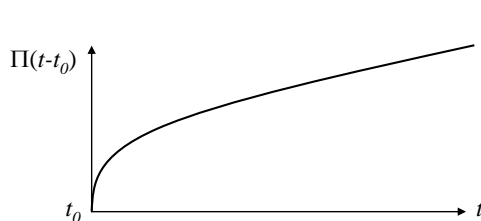
1. Линейная наследственная теория ползучести. Вязкоупругость. Пластичность. Вязкопластичность.
2. Задача на тему устойчивость стержней.

БИЛЕТ № 15

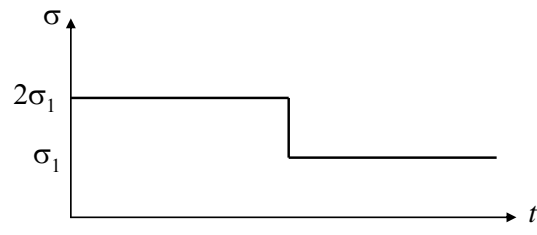
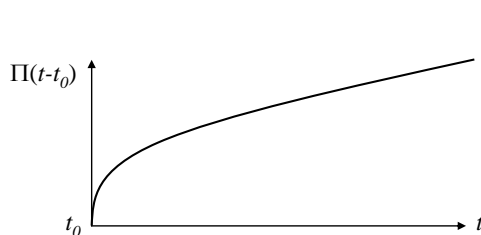
1. Первая теория прочности. Вторая теория прочности. Третья теория прочности. Четвертая теория прочности.
2. Задача на тему ползучесть.

**Примеры задач на тему ползучесть.**

1. Пусть известна функция ползучести и модуль Юнга материала. Используя принцип суперпозиции Больцмана, качественно изобразить зависимость полной деформации стержня от времени для заданной программы нагружения.



2. Пусть известна функция ползучести и модуль Юнга материала. Используя принцип суперпозиции Больцмана, качественно изобразить зависимость полной деформации стержня от времени для заданной программы нагружения.

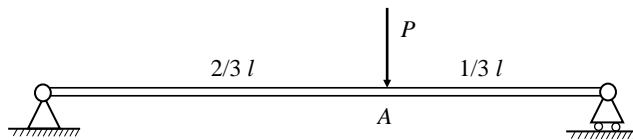


3. Пусть функция ползучести линейного материала имеет вид  $\Pi(t-t_0) = 1 + e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$ .

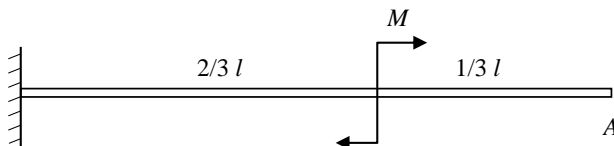
Для заданной программы нагружения стержня  $\sigma(t) = \frac{\sigma_0}{\tau} t$  найти зависимость от времени полной деформации стержня  $\varepsilon(t)$ . Модуль Юнга материала стержня равен  $E$ .

### Примеры задач на тему изгиб балок.

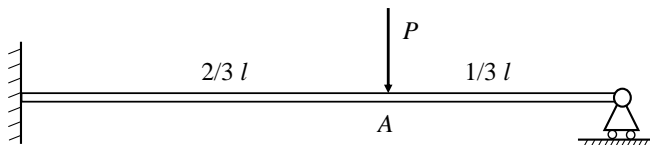
1. При какой длине закрепленная горизонтально консольная дюралюминиевая балка прямоугольного сечения (ширина  $a$ , высота  $b$ ) разрушится под действием собственного веса, если известен предел прочности и плотность материала?
2. Найти прогиб балки в точке  $A$ . Момент инерции сечения и модуль Юнга известны, собственным весом балки пренебречь. Указание: использовать теорему Кастилиано.



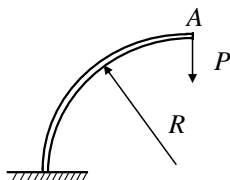
3. Балка консольно закреплена на левом конце. На некотором расстоянии от свободного конца приложен сосредоточенный момент  $M$ . Найти перемещение точки  $A$  в вертикальном направлении. Момент инерции сечения и модуль Юнга известны, собственным весом балки пренебречь. Указание: использовать теорему Кастилиано.



4. Балка консольно закреплена на левом конце. Найти перемещение точки  $A$  под действием силы  $P$ . Момент инерции сечения и модуль Юнга известны, собственным весом балки пренебречь. Указание: использовать теорему Кастилиано.

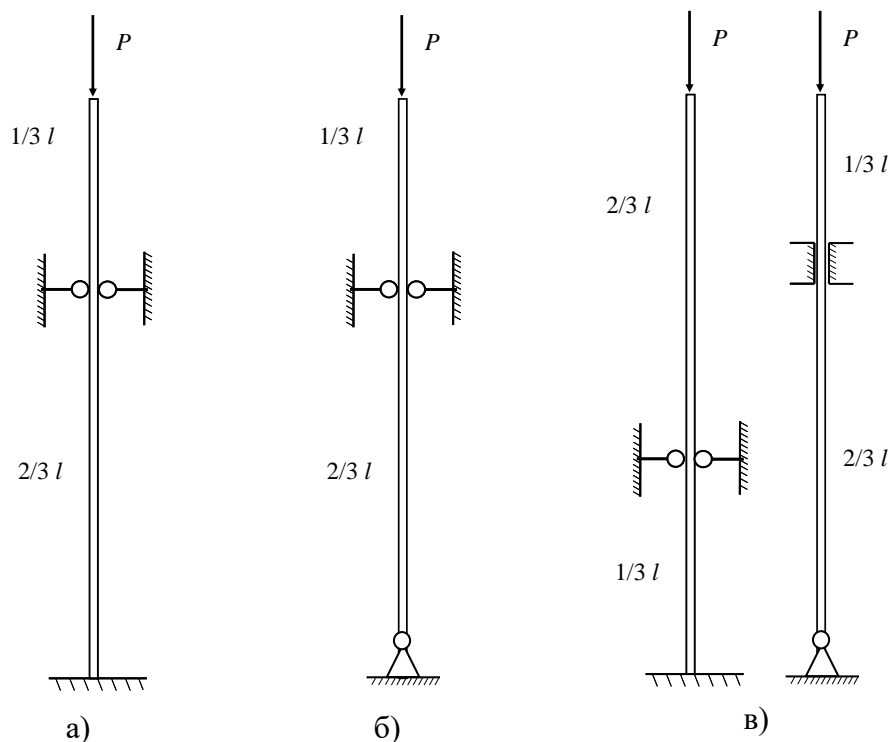


5. (задача повышенной сложности) Дан консольно закрепленный криволинейный брус постоянного сечения, средняя линия которого представляет собой четверть окружности. Найти перемещение точки  $A$  под действием силы  $P$ . Момент инерции сечения и модуль Юнга известны, собственным весом балки пренебречь. Указание: использовать теорему Кастилиано.



### Примеры задач на тему устойчивость стержней.

1. Найти критическое значение силы  $P$  для стержня, показанного на рисунке а).
2. Найти критическое значение силы  $P$  для стержня, показанного на рисунке б).
3. Какой стержень, представленный на рисунке в) потеряет устойчивость раньше? (сила  $P$  всегда направлена вертикально).



### Примеры задач на тему тензор напряжений

1. Доказать формулу Архимеда для выталкивающей силы, действующей на полностью погруженное в жидкость тело  $\mathbf{f} = -\rho V \mathbf{g}$ . Указание: воспользоваться формулой Коши и теоремой Остроградского-Гаусса.

2. Стержень с площадью поперечного сечения  $S$  растягивается силой  $F$ , найти нормальное и касательное напряжение на площадке, нормаль которой составляет с направлением действия силы угол  $\alpha$ . На какой площадке реализуется максимальное касательное напряжение? На какой площадке касательное напряжение равно нормальному?

3. (Дж. Мейз 2.2) Тензор напряжений в точке задан так

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Определить вектор напряжений в этой точке на площадке с единичным вектором нормали

$\mathbf{n} = \frac{2}{3}\mathbf{e}_1 - \frac{2}{3}\mathbf{e}_2 + \frac{1}{3}\mathbf{e}_3$ . Также определить, а) нормальное напряжение, б) модуль вектора

напряжений, в) угол между вектором напряжений и нормалью к площадке.

4. (Дж. Мейз 2.15) Тензор напряжений в точке в декартовых осях имеет компоненты

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Определить главные напряжения и главные оси тензора напряжений.

5. (Дж. Мейз 2.21) Непосредственным вычислением найти инварианты  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  тензора напряжений

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 0 \\ -3 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Найти главные напряжения для этого напряженного состояния и показать, что диагональная форма приводит к тем же самым значениям инвариантов.

6. (Дж. Мейз 2.27) Разложить тензор напряжений

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 12 & 4 & 0 \\ 4 & 9 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

на шаровую часть и девиатор и показать, что первый инвариант девиатора равен нулю.

7. Используя метод множителей Лагранжа, показать, что экстремальные значения нормального напряжения совпадают с главными напряжениями.

8. Доказать, что собственные векторы, соответствующие различным собственным числам тензора напряжений, ортогональны друг другу.

#### **Билет № 1.**

1. Теплота, работа, внутренняя энергия, первый закон термодинамики. Термодинамические переменные и потенциалы. Собственные термодинамические переменные.

2. Задача на тему профилирование сопла.

#### **Билет № 2.**

1. Дифференциалы термодинамических переменных. Соотношение Максвелла. Удельные термодинамические переменные и потенциалы. Удельные объем, внутренняя энергия, энтальпия, энтропия. Молярные и удельные теплоемкости.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

#### **Билет № 3.**

1. Термодинамическое и калорическое уравнения состояния вещества. Теплоемкости совершенного газа, соотношение Майера, показатель адиабаты. Внутренняя энергия, энтальпия, энтропия, химический потенциал совершенного газа.

2. Задача на тему ударные волны.

#### **Билет № 4.**

1. Термодинамические процессы: изотермический, адиабатический и политропический процессы. Термодинамические циклы: Карно, Брайтона, двигателя внутреннего сгорания и дизельного двигателя. Теплоизолированные и открытые системы. Максимальная работа системы во внешней среде.

2. Задача на тему профилирование сопла.

#### **Билет № 5.**

1. Адиабатические движения сжимаемого газа. Одномерные уравнения непрерывности, движения и адиабатичности стационарного течения газа. Метод малых возмущений. Звуковые волны. Скорость звука в жидкости, газе и твердом теле. Скорость звука в смеси газов. Число Маха и конус Маха.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

#### **Билет № 6.**

1. Движение тел при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях. Области распространения возмущений в дозвуковых и сверхзвуковых течениях. Интеграл Бернулли для сжимаемого газа. Температура и давление торможения.

2. Задача на тему ударные волны.

#### **Билет № 7.**

1. Газодинамические функции. Зависимость давления, плотности, температуры, скорости звука от числа Маха. Условия учета сжимаемости газа.

2. Задача на тему профилирование сопла.

#### **Билет № 8.**

1. Истечение газов из резервуаров. Движение сжимаемого газа по трубам переменного сечения. Разгон и торможение потока. Формула расхода. Сверхзвуковое сопло Лавалю, дозвуковой диффузор.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

#### **Билет № 9.**

1. Газовая динамика одномерных нестационарных течений. Метод характеристик. Гиперболические линейные и квазилинейные уравнения. Одномерные нестационарные течения сжимаемого газа.

2. Задача на тему ударные волны.

**Билет № 10.**

1. Метод характеристик. Инварианты Римана. Волны сжатия и разрежения. Задача о поршне, вдвигаемом и выдвигаемом из трубы. Бесконечная труба и труба конечной длины.

2. Задача на тему профилирование сопла.

**Билет № 11.**

1. Соотношения на прямом скачке. Адиабата Гюгонио, сравнение с адиабатой Пуассона. Возрастание энтропии при переходе через ударную волну. Теорема Цемпелена. Сильные и слабые ударные волны. Взаимодействие скачков уплотнения с пограничным слоем.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

**Билет № 12.**

1. Граничные условия в механике сплошных сред. Граничные условия для плотности, скорости, давления и касательных напряжений. Условия на разрыве для плотности, импульса и энтальпии. Поверхностное натяжение. Формула Лапласа. Взаимодействие поверхностей разрыва. Ширина ударной волны.

2. Задача на тему профилирование сопла.

**Билет № 13.**

1. Равновесие жидкости. Абсолютное и относительное равновесие. Давление в любой точке жидкости в состоянии равновесия. Основное уравнение гидростатики. Поверхности равного давления. Равновесие тяжелой несжимаемой жидкости. Равновесие весомого газа. Барометрическая формула.

2. Задача на тему ударные волны.

**Билет № 14.**

1. Модели жидкости: идеальная несжимаемая жидкость, вязкая несжимаемая жидкость, идеальная сжимаемая жидкость, вязкая сжимаемая жидкость. Траектории жидких частиц. Линии тока. Установившееся и неуставившееся движение. Трубка тока. Вихревые и безвихревые движения.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

**Билет № 15.**

1. Уравнения Эйлера в форме Громека-Лэмба. Интеграл Коши-Лагранжа и интеграл Бернулли. Потенциал скорости. Функция тока. Движение цилиндра и сферы в идеальной жидкости. Парадокс Стокса.

2. Задача на тему профилирование сопла.

**Билет № 16.**

1. Стационарные течения вязкой жидкости в трубах и каналах. Течение Пуазейля. Распределение параметров по сечению трубы. Коэффициент сопротивления для гладких труб. Понятие о пограничном слое.

2. Задача на тему ударные волны.

**Билет № 17.**

1. Методы решения задач линейной устойчивости. Устойчивость плоскопараллельных течений. Теоремы Релея об устойчивости плоскопараллельных течений. Неустойчивость Релея-Тейлора контактного разрыва в гравитационном поле.

2. Задача на тему адиабатические течения сжимаемого газа.

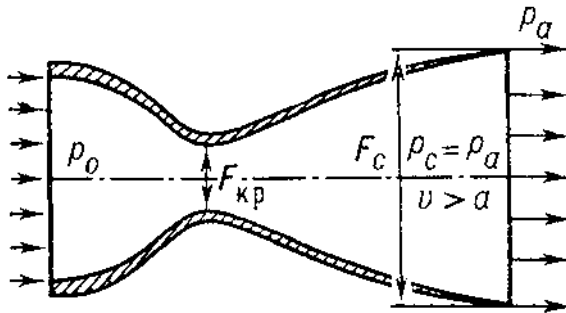
**Билет № 18.**

1. Турбулентное движение газа и жидкости. Осреднение турбулентных течений. Тензор напряжений Рейнольдса. Распределение скоростей в пограничном слое и в трубе при больших числах Рейнольдса. Переход от ламинарного к турбулентному течению.

## 2. Задача на тему профилирование сопла.

### Примеры задач на профилирование сопла

1. Плоское регулируемое сверхзвуковое сопло (Рис.1) обеспечивает течение от  $M=2$  до  $M=4$ . Контур сверхзвуковой части сопла представляет собой тонкий металлический лист, один конец которого жестко закреплен в выходном сечении сопла, второй конец может перемещаться, и определяет величину критического сечения сопла  $F_{кр}$ . На поверхности листа в определенном порядке расположены точки управления, позволяющие придавать листу нужную конфигурацию. Площадь квадратного выходного сечения регулируемого сопла  $F_c=1\text{ м}^2$ . Определить критические сечения  $F_{кр}$  регулируемого сопла для  $M=2$ ,  $M=3$  и  $M=4$ .



2. Построить профиль сопла Лавалья для камеры Эйфеля (атмосферно-вакуумной трубы с вакуумной емкостью  $200\text{ м}^3$ ), обеспечивающего сверхзвуковое течение газа с равномерным ускорением потока до  $M=2$  на выходе трубы, обеспечивающего работу камеры в течение 2 минут.

3. Внешняя оболочка орбитальной станции имеет определенную толщину. Форма канала, по которому происходит утечка, может иметь различную геометрию. Предположим, что в момент разгерметизации, произошедшей от столкновения с острым телом:

- образовался конический канал с начальной площадью отверстия диаметром 3 см, расположенным на внутренней поверхности оболочки станции;
- образовалась трещина размером  $0,1 \times 70\text{ см}^2$ , расположенная в центре плоской части наружной поверхностной поверхности станции размером  $100 \times 70\text{ см}^2$ .

Принимая начальное давление газа внутри станции равным  $10^5\text{ Па}$ , а статическое давление вне станции нулевым, найти силу, действующую на станцию.

### Примеры задач на адиабатические течения сжимаемого газа

1. В простой прямолинейной цилиндрической (постоянного сечения) ударной трубе с камерами высокого и низкого давления достаточной длины, разделенными диафрагмой, до ее мгновенного удаления находятся газы, характеризующиеся показателем адиабаты  $k$  и молекулярным весом  $\mu$  и имеющие следующие начальные давления и температуры (индексы 1 и 4 относятся соответственно к газам в камере низкого и высокого давлений):

$$p_4/p_1 = 10^3, T_4 = T_1 = 300\text{ К}, \mu_1 = 40 \text{ (аргон)}; \mu_4 = 2 \text{ (водород)}; k_1 = 5/3, k_4 = 7/5.$$

(Для разных задач задаются различные соотношения величин)

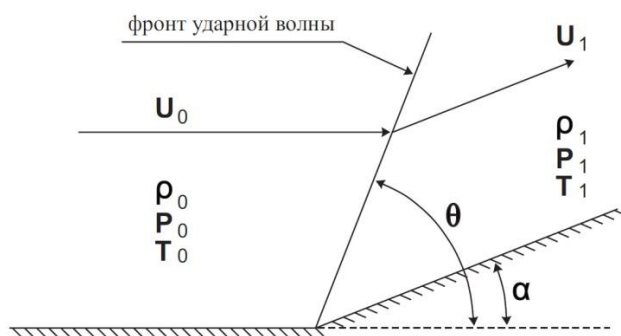
Найти число Маха ударной волны,  $M = D/a_1$ ,  $M_2$ ,  $T_2$ . Какова длина пробки в месте нахождения ударной волны на расстоянии 2 м от местоположения диафрагмы. Построить  $x$ - $t$  диаграмму течения (качественно) и распределение для произвольного времени  $t$   $p(x)$ ,  $u(x)$ ,  $T(x)$ .  $x$  - продольная координата.

2. В вакууме находится длинный цилиндр, закрытый справа дном. Правая часть длиной  $L$  заполнена газом, показатель политропы которого  $n = 3$ . Слева газ закрыт диафрагмой. Мгновенно убирается диафрагма. Найти зависимость давления на дно от времени и определить суммарный импульс, сообщенный дну газом за время истечения. Начальное давление в газе  $p_0$ , скорость звука  $a_0$ .

3. В вакууме находится длинная труба с газом под давлением  $p_0$ . С левой стороны в трубу вставлен поршень, масса которого на единицу площади равна  $m$ . Определить закон движения поршня  $x_p(t)$  после снятия ограничителя, первоначально удерживающего поршень.

#### Примеры задач на тему ударные волны

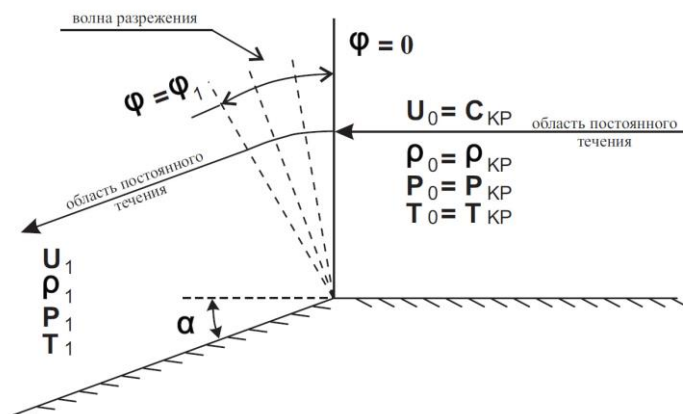
1. Плоский поток воздуха движется со скоростью  $u_0 = 600$  м/с ( $p_0 = 10^5$  Па,  $\rho_0 = 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_0 = 300$  К) вдоль поверхности из двух плоскостей, образующих угол  $\alpha = 5^\circ$  (Рис. 2). Считая воздух идеальным газом ( $k = 1,4$ ), определить положение фронта ударной волны, а также скорость, давление, плотность и температуру потока за ее фронтом.



2. Определить давление, температуру и скорость в точке симметрии (прямой скачок) за ударной волной, образующейся перед затупленным телом, летящим в атмосфере со скоростью 1000 м/сек на высоте 25 км. Найти давление и температуру в точке торможения потока на теле. Параметры воздуха взять для стандартной атмосферы.

3. Определить параметры ударной волны, образующейся при отражении от абсолютно жесткой стенки ( $\rho_0 = 7,1$  кг/м<sup>3</sup>,  $u_0 = 10^3$  м/с,  $p_0 = 6,48 \cdot 10^5$  Па,  $T = 318$  К).

4. Плоский поток идеального газа, движущийся с критической скоростью  $u_0 = a_{кр} = 301$  м/с ( $p_0 = p_{кр} = 0,528 \cdot 10^5$  Па,  $\rho_0 = \rho_{кр} = 0,818$  кг/м<sup>3</sup>,  $T_0 = T_{кр} = 250$  К), огибает выпуклый угол  $(\pi - \alpha)$ , (Рис. 3). Считая воздух идеальным газом ( $k = 1,4$ ), определить все параметры потока после его поворота. Расчеты произвести для  $\alpha = 5^\circ$  и  $\alpha = 45^\circ$ . Найти максимальное значение угла поворота потока  $\alpha_{max}$  и скорости  $u_{max}$ .



#### 4. Критерии оценивания

##### Контрольная работа по теме «Изгиб балок»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	10
отлично (9)	9
отлично (8)	8

хорошо (7)	7
хорошо (6)	6
хорошо (5)	5
удовлетворительно (4)	4
удовлетворительно (3)	3
неудовлетворительно (2)	2
неудовлетворительно (1)	1

#### **Дифференцированный зачет**

*Оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;*

*оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;*

*оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;*

*оценка «хорошо (7)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;*

*оценка «хорошо (6)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;*

*оценка «хорошо (5)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;*

*оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;*

*оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;*

*оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета, он показал, что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.*

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

**Порядок проведения контрольных работ/тестов:**

Во время проведения контрольных работ/тестов обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, калькуляторами.

**Порядок проведения дифференцированного зачета:**

В начале зачета студенту предлагается пройти тест по теории. Успешное прохождение теста гарантирует обучающемуся оценку удовлетворительно (3 балла) за зачет. Если обучающийся желает повысить оценку, ему предлагается взять билет.

При проведении дифференцированного зачета обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку ответа. Опрос обучающегося по билету на дифференцированном зачете не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения дифференцированного зачета при подготовке ответа и ответе обучающегося на вопросы по билету или по программе дисциплины, он не может пользоваться конспектами лекций и семинаров и любой другой литературой.