

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Аналитическая механика
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Геокосмические науки и технологии Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

3 (осенний) - Экзамен

4 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 120 всего, в том числе:

лекции: 60 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 90 час.

Подготовка к экзамену: 60 час.

Всего часов: 270, всего зач. ед.: 6

Количество контрольных работ, заданий: 8

Программу составили:

А.П. Иванов, д-р физ.-мат. наук, профессор

Н.И. Амеликин, д-р физ.-мат. наук, доцент

А.В. Фомичев, канд. физ.-мат. наук

А.П. Маркеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

М.А. Муницына, канд. физ.-мат. наук

О.В. Холостова, д-р физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики 09.04.2020

## Аннотация

Аналитическая механика излагается как первый раздел курса теоретической физики и ставит своей целью познакомить студентов с понятиями и методами теоретической (аналитической) механики, которые могут оказаться полезными и важными в теории поля, квантовой механике, термодинамике, статистической физике. При этом студенты должны узнать, откуда и как возникли эти понятия и методы, когда и где можно их применять. Кратко, но полно, строго и тщательно, изложены необходимые для дальнейшего изучения курсам вопросы кинематики точки и твердого тела, а также раздел, касающийся теорем об изменении основных динамических величин (количества движения, кинетического момента, кинетической энергии). Основная часть курса (аналитическая динамика) посвящена наиболее ценным для теории и ее приложений темам, с которыми должен быть знаком почти каждый специалист в области теоретической и прикладной физики: дифференциальным и интегральным вариационным принципам, лагранжовой и гамильтоновой динамике, каноническим преобразованиям, уравнению Гамильтона–Якоби и ее интегрированию методом разделения переменных, теории возмущений, переменным действие–угол и адиабатическим инвариантам, скобкам Пуассона, интегральным инвариантам, теореме Нетер, изучению законов сохранения и их связи со свойствами пространства и времени, движению в центральном поле, включая случай Кеплера, описанию рассеяния частиц, теории малых колебаний механических систем со многими степенями свободы; динамике твердого тела, включая важнейшие классические задачи о движении твердого тела с неподвижной точкой в однородном поле тяжести.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

Изучение тех общих законов, которым подчиняются движение и равновесие материальных тел и возникающие при этом взаимодействия между телами, а также овладение основными алгоритмами исследования равновесия и движения механических систем. На данной основе становится возможным построение и исследование механико-математических моделей, адекватно описывающих разнообразные механические явления. Помимо этого, при изучении аналитической механики вырабатываются навыки практического использования методов, предназначенных для математического моделирования движения систем твердых тел.

### Задачи дисциплины

Изучение механической компоненты современной естественнонаучной картины мира, понятий и законов механики.

Овладение важнейшими методами решения научно-технических задач в области механики, основными алгоритмами математического моделирования механических явлений.

Формирование устойчивых навыков по применению фундаментальных положений аналитической механики при научном анализе ситуаций, с которыми инженеру приходится сталкиваться в ходе создания новой техники и новых технологий.

Ознакомление студентов с историей и логикой развития аналитической механики.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Основные понятия и концепции аналитической механики, важнейшие теоремы механики и их следствия, порядок применения теоретического аппарата механики в важнейших практических приложениях;

Основные механических величины, их определения, смысл и значения для аналитической механики;

Основные модели механических явлений, идеологию моделирования механических систем и принципы построения математических моделей механических систем;

Основные методы исследования равновесия и движения механических систем, основных алгоритмов такого исследования.

уметь:

Интерпретировать механические явления при помощи соответствующего теоретического аппарата.

Пользоваться определениями механических величин и понятий для правильного истолкования их смысла.

Объяснять характер поведения механических систем с применением основных теорем механики и их следствий.

Записывать уравнения, описывающие поведение механических систем, учитывая размерности механических величин и их математическую природу (скаляры, векторы, кватернионы, линейные операторы).

Применять основные методы исследования равновесия и движения механических систем, а также основные алгоритмы такого исследования при решении конкретных задач.

Пользоваться при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем возможностями современных компьютеров и информационных технологий.

владеть:

Навыками и методами построения и исследования математических моделей при решении задач механики.

Навыками применения основных законов теоретической механики в важнейших практических приложениях.

Основными теоретическими подходами аналитической механики и методами анализа и решения соответствующих уравнений.

Навыками использования возможностей современных компьютеров и информационных технологий при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Аксиоматика классической механики	2	2		4
2	Кинематика точки	2	4		4
3	Кинематика твердого тела (кинематика систем отсчета)	4	4		6
4	Алгебра кватернионов	4	4		6
5	Основные теоремы динамики	4	4		8
6	Движение материальной точки в центральном поле	2	2		3
7	Динамика твердого тела	6	4		6

8	Динамика систем переменного состава	2	2		2
9	Лагранжева механика	4	4		6
10	Условия равновесия материальной системы	2	2		4
11	Устойчивость	4	4		5
12	Малые колебания консервативных систем	4	4		5
13	Вынужденные колебания. Частотные характеристики	2	2		5
14	Уравнения Гамильтона	4	4		4
15	Первые интегралы гамильтоновых систем	4	4		4
16	Вариационный принцип Гамильтона	4	4		4
17	Интегральные инварианты	2	2		4
18	Канонические преобразования	2	2		5
19	Уравнение Гамильтона–Якоби	2	2		5
Итого часов		60	60		90
Подготовка к экзамену		60 час.			
Общая трудоёмкость		270 час., 6 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Аксиоматика классической механики

Постулаты классической механики. Инерциальные системы отсчета. Понятие силы. Законы Ньютона. Преобразования Галилея. Понятие об инвариантности и ковариантности уравнений механики.

##### 2. Кинематика точки

Траектория, скорость, ускорение. Естественный (сопровождающий) трехгранник. Разложение скорости и ускорения в осях трехгранника. Криволинейные координаты точки. Разложение скорости и ускорения точки в локальном базисе криволинейных координат. Коэффициенты Лапе.

##### 3. Кинематика твердого тела (кинематика систем отсчета)

Твердое тело. Разложение движения тела на поступательное движение и вращение (движение с неподвижной точкой). Способы задания ориентации твердого тела: углы Эйлера, матрицы направляющих косинусов.

Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений в твердом теле (формулы Эйлера и Ривальса). Кинематический винт твердого тела.

Кинематика сложного движения. Сложение скоростей и ускорений точек в сложном движении. Вычисление угловой скорости и углового ускорения тела в сложном движении. Кинематические уравнения движения твердого тела в углах Эйлера. Прецессионное движение твердого тела.

##### 4. Алгебра кватернионов

Алгебра кватернионов. Кватернионный способ задания ориентации твердого тела (присоединенное отображение). Параметры Родрига–Гамильтона. Кватернионные формулы сложения поворотов. Теорема Эйлера о конечном повороте твердого тела с неподвижной точкой.

Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в кватернионах (уравнения Пуассона). Интегрирование уравнений Пуассона для прецессионного движения твердого тела.

## 5. Основные теоремы динамики

Определения: внешние и внутренние силы, импульс (количество движения), момент импульса (кинетический момент, момент количества движения), кинетическая энергия, центр масс, момент силы, элементарная работа и мощность силы. Теоремы Кенига для кинетической энергии и момента импульса. Теоремы об изменении импульса, момента импульса и кинетической энергии в инерциальных системах отсчета.

Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Критерий потенциальности сил. Консервативные системы, закон сохранения энергии.

Неинерциальные системы отсчета, силы инерции. Основные теоремы динамики в неинерциальных системах отсчета.

## 6. Движение материальной точки в центральном поле

Законы сохранения. Уравнение Бине. Поле всемирного тяготения. Уравнение конических сечений. Задача двух тел. Законы Кеплера.

## 7. Динамика твердого тела

Геометрия масс. Тензор инерции и эллипсоид инерции твердого тела. Главные оси инерции. Преобразование тензора инерции при повороте и параллельном переносе осей. Теорема Гюйгенса–Штейнера для тензора инерции. Кинетический момент и кинетическая энергия твердого тела.

Динамические уравнения Эйлера. Случай Эйлера; первые интегралы движения; геометрические интерпретации Пуансо. Движение динамически симметричного тела в случае Эйлера; параметры свободной регулярной прецессии. Случай Лагранжа; первые интегралы движения. Формула для момента, поддерживающего вынужденную регулярную прецессию динамически симметричного твердого тела.

Эквивалентные преобразования системы сил, действующих на твердое тело. Алгоритм сведения к винту.

## 8. Динамика систем переменного состава

Теоремы об изменении количества движения и кинетического момента для систем переменного состава. Уравнение Мещерского. Формула Циолковского.

## 9. Лагранжева механика

Понятие механической связи. Классификация связей. Виртуальные перемещения. Общее уравнение динамики для системы материальных точек с идеальными связями. Конфигурационное многообразие голономной системы с конечным числом степеней свободы. Обобщенные координаты. Уравнения Лагранжа. Обобщенные силы. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил; функция Лагранжа (лагранжиан системы). Уравнения Лагранжа в неинерциальных системах отсчета.

Свойства уравнений Лагранжа: ковариантность, невырожденность (приведение к нормальному виду Коши). Структура кинетической энергии. Стационарно заданные системы (стационарная параметризация); потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Первые интегралы лагранжевых систем: циклические интегралы, обобщенный интеграл энергии (интеграл Пенлеве–Якоби).

## 10. Условия равновесия материальной системы

Определение положения равновесия. Условия равновесия системы с идеальными связями.(принцип виртуальных перемещений). Условия равновесия голономных систем.

## 11. Устойчивость

Определение устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости положения равновесия. Теоремы прямого метода Ляпунова для автономных систем: теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости, теорема Четаева о неустойчивости, теорема Барбашина–Красовского об условиях асимптотической устойчивости и неустойчивости.

Теорема Лагранжа–Дирихле об устойчивости равновесия консервативных механических систем. Условия неустойчивости консервативных систем по квадратичной части потенциальной энергии. Понятие о бифуркации. Случай потери устойчивости для систем с потенциалом, зависящим от параметра. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия. Теорема об асимптотической устойчивости строго диссипативных систем.

Первый метод Ляпунова исследования устойчивости. Теорема Ляпунова об устойчивости по линейному приближению (без доказательства). Критерий Рауса–Гурвица (без доказательства). Понятие о бифуркации. Случай потери устойчивости для систем с потенциалом, зависящим от параметра. Два сценария потери устойчивости: дивергенция и флаттер.

## 12. Малые колебания консервативных систем

Малые колебания консервативных систем вблизи устойчивого положения равновесия. Уравнение частот. Главные (нормальные) координаты. Общее решение. Случай кратных корней.

## 13. Вынужденные колебания. Частотные характеристики

Вынужденные колебания линейной стационарной системы под действием гармонических сил. Частотные характеристики. Явление резонанса. Реакция линейной стационарной системы на негармоническое воздействие.

## 14. Уравнения Гамильтона

Переменные Гамильтона. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона. Преобразование Лежандра уравнений Лагранжа в уравнения Гамильтона. Функция Гамильтона для консервативной системы.

## 15. Первые интегралы гамильтоновых систем

Первые интегралы гамильтоновых систем. Скобки Пуассона. Теорема Якоби–Пуассона. Понижение порядка уравнений Гамильтона в случае циклических координат и для обобщенно консервативных систем. Уравнения Уиттекера.

Преобразование лагранжиана при замене координат и времени. Теорема Эмми Нетер.

## 16. Вариационный принцип Гамильтона

Действие по Гамильтону. Вариация действия по Гамильтону Вариационный принцип Гамильтона.

## 17. Интегральные инварианты

Интегральные инварианты Пуанкаре–Картана и Пуанкаре. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов. Теорема Лиувилля об инвариантности фазового объема гамильтоновой системы. Теорема Ли Хуа-чжуна об интегральных инвариантах первого порядка гамильтоновых систем.

#### 18. Канонические преобразования

Канонические преобразования. Локальный критерий каноничности. Критерий каноничности в терминах производящих функций. Свободные преобразования. Правила преобразования гамильтонианов при канонических преобразованиях. Фазовый поток гамильтоновых систем как однопараметрическое семейство канонических преобразований.

#### 19. Уравнение Гамильтона–Якоби

Уравнение Гамильтона–Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона–Якоби и его использование в задаче интегрирования уравнений движения гамильтоновой системы. Случаи разделения переменных.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, маркерная доска, связь с Интернетом).

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Классическая механика [Текст] : учеб. пособие для вузов / М. А. Айзерман .— 3-е изд. — М : Физматлит, 2005 .— 380 с.
2. Лекции по аналитической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ф. Р. Гантмахер ; под ред. Е. С. Пятницкого .— Изд. 3-е, стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2002, 2005 .— 264 с.
3. Основы теоретической механики [Текст] : учебник для вузов / В. Ф. Журавлев ; Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— 3-е изд., перераб. — М. : Физматлит, 2008, 2009 .— 304 с.
4. Теоретическая механика [Текст] : учебник для вузов / А. П. Маркеев .— 4-е изд., испр. — М. ; Ижевск : Регулярная и хаотическая динамика, 2007 .— 592 с.
5. Краткий курс теоретической механики [Текст] : учеб. пособие для вузов / Г. Н. Яковенко .— М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2006 .— 116 с.
6. Сборник задач по аналитической механике [Текст] : учеб. пособ. для вузов / Е. С. Пятницкий [и др.] .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1996 .— 432 с.

#### Дополнительная литература

1. Классическая механика [Текст] / Г. Голдстейн ; пер. с англ. А. Н. Рубашова .— М. : Наука, 1975 .— 415 с.
2. Задачи по теоретической механике [Текст] : учеб. пособие для вузов / И. В. Мещерский ; под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина .— 40-е изд., стер. — СПб. : Лань, 2004, 2006, 2008, 2012 .— 448 с.
3. Математические методы классической механики [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Арнольд .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1989 .— 472 с.

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru> - сайт электронной библиотеки МФТИ
2. [https://mipt.ru/education/chair/theoretical\\_mechanics](https://mipt.ru/education/chair/theoretical_mechanics) - сайт кафедры теоретической механики МФТИ
3. <http://www.elibrary.ru/>

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, Mathematica и др.

**9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Геокосмические науки и технологии Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической механики
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

3 (осенний) - Экзамен

4 (весенний) - Экзамен

**Разработчики:**

А.П. Иванов, д-р физ.-мат. наук, профессор  
Н.И. Амелькин, д-р физ.-мат. наук, доцент  
А.В. Фомичев, канд. физ.-мат. наук  
А.П. Маркеев, д-р физ.-мат. наук, профессор  
М.А. Муницына, канд. физ.-мат. наук  
О.В. Холостова, д-р физ.-мат. наук, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
ПК-1 Способен планировать и проводить научные эксперименты (в избранной предметной области) и (или) теоретические (аналитические и имитационные) исследования	ПК-1.1 Владеет фундаментальными понятиями, законами и теориями современной физики

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Аналитическая механика» обучающийся должен:

### знать:

Основные понятия и концепции аналитической механики, важнейшие теоремы механики и их следствия, порядок применения теоретического аппарата механики в важнейших практических приложениях;

Основные механических величины, их определения, смысл и значения для аналитической механики;

Основные модели механических явлений, идеологию моделирования механических систем и принципы построения математических моделей механических систем;

Основные методы исследования равновесия и движения механических систем, основных алгоритмов такого исследования.

### уметь:

Интерпретировать механические явления при помощи соответствующего теоретического аппарата.

Пользоваться определениями механических величин и понятий для правильного истолкования их смысла.

Объяснять характер поведения механических систем с применением основных теорем механики и их следствий.

Записывать уравнения, описывающие поведение механических систем, учитывая размерности механических величин и их математическую природу (скаляры, векторы, кватернионы, линейные операторы).

Применять основные методы исследования равновесия и движения механических систем, а также основные алгоритмы такого исследования при решении конкретных задач.

Пользоваться при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем возможностями современных компьютеров и информационных технологий.

### владеть:

Навыками и методами построения и исследования математических моделей при решении задач механики.

Навыками применения основных законов теоретической механики в важнейших практических приложениях.

Основными теоретическими подходами аналитической механики и методами анализа и решения соответствующих уравнений.

Навыками использования возможностей современных компьютеров и информационных технологий при аналитическом и численном исследовании математико-механических моделей технических систем.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Задачи для текущего контроля публикуются в издаваемых к началу семестра сборниках заданий.

#### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Определение положения равновесия. Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия консервативных систем и твердого тела.
2. Определение устойчивости (неустойчивости) положения равновесия по Ляпунову. Достаточные теоремы об устойчивости и неустойчивости положения равновесия консервативных систем (теорема Лагранжа-Дирихле, две теоремы Ляпунова и теорема Четаева о неустойчивости положения равновесия).
3. Малые колебания консервативных систем. Линеаризация уравнений Лагранжа вблизи устойчивого положения равновесия. Уравнение частот.
4. Главные координаты системы. Матрица преобразования координат, амплитудные вектора. Общее решение как сумма главных колебаний.
5. Определение асимптотической устойчивости положения равновесия. Теорема Ляпунова об устойчивости по линейному приближению. Линеаризация уравнений Лагранжа. Характеристическое уравнение. Критерий Рауса-Гурвица.
6. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия. Условие Майевского-Четаева.
7. Определение устойчивости (неустойчивости) невозмущенного движения. Прямой метод Ляпунова: теорема Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости невозмущенного движения, теорема Четаева о неустойчивости невозмущенного движения.
8. Вынужденные колебания линейной стационарной системы под действием гармонических сил. Амплитудно-фазовая, амплитудная и фазовая характеристики. Явление резонанса. Реакция линейной стационарной системы на негармоническое воздействие.
9. Элементы теории катастроф. Кривая равновесий. Основные типы бифуркаций в динамических системах. Дивергенция и флаттер.
10. Естественный (сопровождающий) трехгранник. Разложение скорости и ускорения точки в осях трехгранника.
11. Обобщенные координаты точки. Разложение скорости и ускорения точки в локальном базисе криволинейных координат. Коэффициенты Ламе.
12. Твердое тело. Разложение движения тела на поступательное движение и вращение (движение с неподвижной точкой). Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела. Распределение скоростей и ускорений в твердом теле (формулы Эйлера и Ривальса).
13. Кинематический винт твердого тела. Уравнение оси винта.
14. Плоскопараллельное движение твердого тела. Мгновенный центр скоростей.
15. Способы задания ориентации твердого тела. Углы Эйлера, матрицы направляющих косинусов. Кинематические уравнения Эйлера.
16. Теорема Эйлера о конечном повороте твердого тела с неподвижной точкой. Алгебра кватернионов. Тригонометрическая форма записи кватернионов. Кватернионный способ задания ориентации твердого тела.
17. Сложение поворотов в кватернионной форме. Параметры Родрига-Гамильтона.
18. Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в кватернионах (уравнения Пуассона). Интегрирование уравнений Пуассона для прецессионного движения твердого тела.
19. Кинематика сложного движения. Сложение скоростей и ускорений точек в сложном движении.
20. Угловая скорость и угловое ускорение твердого тела в сложном движении.
21. Аксиоматика механики. Внешние и внутренние силы. Импульс, момент импульса и кинетическая энергия системы материальных точек. Центр масс, момент силы, элементарная работа и мощность силы.
22. Основные теоремы динамики в инерциальной системе отсчета.
23. Теорема Кенига.
24. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы. Критерий потенциальности сил. Консервативные системы, закон сохранения энергии.
25. Основные теоремы динамики в неинерциальных системах отсчета.

26. Движение точки в центральном поле. Центральная сила. Первые интегралы движения точки в центральном поле.
27. Уравнение Бине. Поле всемирного тяготения. Уравнение конических сечений.
28. Законы Кеплера. Задача двух тел.
29. Тензор инерции и эллипсоид инерции твердого тела. Главные оси инерции. Главная ось инерции.
30. Преобразование тензора инерции при повороте и параллельном переносе осей: теорема Гюйгенса–Штейнера для тензора инерции.
31. Выражения кинетического момента и кинетической энергии твердого тела через тензор инерции.
32. Динамические и кинематические уравнения Эйлера. Интегрируемые случаи.
33. Геометрическая интерпретация Пуансо.
34. Случай Эйлера. Первые интегралы движения. Параметры свободной регулярной прецессии.
35. Случай Лагранжа. Первые интегралы движения.
36. Основная формула гироскопии: формула для момента, поддерживающего вынужденную регулярную прецессию динамически симметричного твердого тела.
37. Эквивалентные преобразования системы сил, действующих на твердое тело. Алгоритм сведения к винту.
38. Механическая связь. Классификация связей.
39. Возможные и виртуальные перемещения.
40. Общее уравнение динамики для системы материальных точек с идеальными связями. Конфигурационное многообразие голономной системы с конечным числом степеней свободы.
41. Голономные системы. Обобщенные координаты. Уравнения Лагранжа. Обобщенные силы.
42. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных сил. Лагранжиан. Ковариантность и невырожденность уравнений Лагранжа.
43. Уравнения Лагранжа в неинерциальных системах отсчета.
44. Структура кинетической энергии. Кинетическая энергия в случае стационарной системы. Потенциальные, гироскопические, диссипативные силы.
45. Первые интегралы лагранжевых систем: циклические интегралы, обобщенный интеграл энергии (интеграл Пенл

Примеры экзаменационных билетов:

Билет 1. Кинематика сложного движения. Законы сложения скоростей и ускорений точек в сложном движении. Формула Кориолиса.

Билет 2. Формулы для угловой скорости и углового ускорения тела в сложном движении.

Билет 3. Кинематические уравнения вращательного движения твердого тела в углах Эйлера.

Билет 4. Теоремы об изменении импульса и момента импульса системы материальных точек в инерциальном базисе.

Билет 5. Кинетическая энергия системы материальных точек. Теорема Кёнига.

Билет 6. Уравнение Гамильтона–Якоби. Полный интеграл уравнения Гамильтона–Якоби. Теорема Якоби.

Билет 7. Случаи разделения переменных в уравнении Гамильтона–Якоби.

Билет 8. Интегральные инварианты Пуанкаре и Пуанкаре–Картана гамильтоновых систем.

Билет 9. Обратные теоремы теории интегральных инвариантов. Теорема Ли Хуа-чжуна об универсальных интегральных инвариантах первого порядка гамильтоновых систем (без доказательства).

#### Критерии оценивания

Оценка отлично 10 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 9 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично 8 баллов - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо 7 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо 6 баллов - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо 5 баллов - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно 4 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно 3 балла - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно 2 балла - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно 1 балл - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Подготовка к экзамену самостоятельная: перечислены задачи, решение которых каждый студент излагает полностью.

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Экзамен может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.