

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор физтех-школы
аэрокосмических технологий
С.С. Негодяев

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Метод конечных элементов в задачах прочности
по направлению:	Техническая физика
профиль подготовки:	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра космических летательных аппаратов
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 15 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: Д.В. Корнев

Программа обсуждена на заседании кафедры космических летательных аппаратов 02.06.2021

Аннотация

Курс "Метод конечных элементов в задачах прочности" относится к вариативной части образовательной программы, изучается во 2 семестре.

Изучение данной дисциплины опирается на знания, полученные в процессе освоения дисциплины "Общая физика", "Математический анализ", "Вычислительная математика", "Уравнения математической физики", "Механика сплошных сред".

Изучение учебной дисциплины направлено на углубление и расширение базовой профессиональной подготовки магистранта, формирование соответствующих компетенций.

Содержание курса основывается на системных знаниях, полученных в ходе изучения следующих тем:

Теоретические основы метода конечных элементов.

Практическое применение метода конечных элементов.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- формирование базовых знаний о теоретических основах, практическом применении и тенденциях развития метода конечных элементов в расчетах прочности конструкций космических летательных аппаратов (КЛА), включая программирование на персональных компьютерах.

Задачи дисциплины

- дать студентам базовые знания метода конечных элементов;
- дать студентам базовые навыки использования метода конечных элементов для расчётного исследования прочности с использованием персональных компьютеров, включая программирование и использование наиболее распространённых коммерческих конечно-элементных пакетов;
- научить студентов на примерах и задачах проводить расчеты прочности основных элементов КЛА с использованием метода конечных элементов.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен демонстрировать и использовать углубленные теоретические и практические знания фундаментальных и прикладных наук, в том числе технической физики	ОПК-2.1 Обладает фундаментальными и прикладными знаниями в профильной области технической физики
	ОПК-2.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Понимает междисциплинарные связи в области технической физики и способен их применять при решении практических задач
ОПК-5 Способен осваивать и применять современные физико-математические методы и методы искусственного интеллекта для решения профессиональных задач, составлять практические рекомендации по использованию полученных результатов	ОПК-5.1 Владеет современными расчетно-теоретическими методами, методами компьютерного моделирования и средами разработки программного обеспечения, применяемыми при решении задач в своей профессиональной области
	ОПК-5.2 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, способен обосновать эффективность выбранного метода
	ОПК-5.3 Знает принципы составления и правила оформления научно-технической документации

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные теоремы и соотношения метода конечных элементов;
- постановку и способы решения основных задач, возникающих при отработке прочности конструкций КЛА;
- основы использования наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения.

уметь:

- самостоятельно применять конечно-элементную технологию для решения дифференциальных уравнений математической физики;
- использовать конечно-элементную программу общего назначения для решения небольших модельных задач;
- Модифицировать программу для реализации простейших дополнительных возможностей;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач отработки прочности конструкций КЛА;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыком использования одной из наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения;
- навыками грамотной обработки результатов расчётов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Теоретические основы метода конечных элементов.		15	8	33
2	Практическое применение метода конечных элементов.		15	7	12
Итого часов			30	15	45
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Теоретические основы метода конечных элементов.

Основы матричной алгебры. Векторные пространства. Тензоры. Задача на собственные значения.

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Методы решения нелинейных систем уравнений.

Дискретные и сплошные системы. Метод взвешенных невязок – основа построения дискретных систем. Непрерывные базисные функции.

Аппроксимация базисными функциями. Интерполяция. Синус-ряды Фурье.

Аппроксимация с помощью взвешенных невязок. Поточечная коллокация. Коллокация по подобластям. Метод Галеркина. Метод наименьших квадратов.

Аппроксимация решений дифференциальных уравнений и использование базисных функций. Естественные краевые условия.

Системы дифференциальных уравнений. Двумерные плоские задачи теории упругости. Нелинейные задачи. Нелинейная теплопроводность Фурье.

Кусочно-определенные базисные функции. Понятие конечного элемента.

Требование гладкости при аппроксимации решений дифференциальных уравнений. Слабая формулировка и метод Галеркина.

Стандартные дискретные системы. Физическая трактовка процесса ассемблирования.

Обобщение конечно-элементных алгоритмов на двумерные и трехмерные задачи.

Конечно-элементные аппроксимации высших порядков. Степень многочленов и скорость сходимости. Кусочное тестирование.

Нелинейные базисные функции для одномерных элементов. Иерархические многочлены. Двумерные и трехмерные функции высших степеней для двумерных и трехмерных задач.

Параметрические отображения и численное интегрирование матриц конечных элементов. Квадратурные формулы Гаусса. Стержневые элементы. Элементы континуума. Оболочки.

Вариационные принципы. Конструирование естественных вариационных принципов. Вариационный принцип для симметричных операторов. Множители Лагранжа. Модифицированные вариационные принципы. Общие вариационные принципы. Штрафные функции. Метод наименьших квадратов.

Частичная дискретизация и нестационарные задачи. Процедуры аналитического решения. Схемы интегрирования для уравнения первого порядка. Схема Эйлера. Схема Кранка-Николсона. Схема с разностью назад. Характеристики устойчивости.

Обобщенная проблема собственных значений. Свойство последовательности Штурма. Векторные итерации. Отношение Релея. Метод Якоби и QR-алгоритм. Метод решения характеристического уравнения. Итерации в подпространстве.

Сходимость аппроксимаций и оценка ошибок. Оценка погрешности дискретизации.

Применение МКЭ. Реализация задачи термостойкости на примере нестационарного нагрева сплошного шара..

2. Практическое применение метода конечных элементов.

Программные системы расчета на прочность SIMULIA/Abaqus, NASTRAN. Препроцессоры и постпроцессоры. Способы наглядного вывода информации. Программная документация.

Решение типовых задач прочности КЛА с использованием .

Правовые аспекты использования программ и баз данных

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

аудитория, компьютер и мультимедийное оборудование (проектор).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Конечные элементы и аппроксимация [Текст] = Finite elements and approximation/О. Зенкевич, К. Морган , -М., Мир, 1986
2. Численное решение больших разреженных систем уравнений [Текст]/А. Джордж, Дж. Лю , -М., Мир, 1984

1. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М.: Мир, 1986.
2. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов. М.: Стройиздат, 1982.
3. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. М.: Мир, 1984.
4. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. М.: Мир, 1984.
5. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. М.: Мир, 1977.
6. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.

Дополнительная литература

1. Математический анализ: задачи и решения [Текст] / Г. И. Просветов - М.БИНОМ. Лаб. знаний, 2011
1. Закон РФ «О правовой защите программ для электронных вычислительных машин и баз данных», Российская газета, 20.10.1992г.
2. Журналы: Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Computers and Structures. оведение веществ под действием сильных ударных волн. Т. 1-4. Под общей ред. Р.Ф. Трунина. ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ». Саров. 2007.
3. Abaqus Analysis User's Manual
4. Abaqus Theory Guide
5. MSCINASTRAN Application Manual

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint),
программные комплексы ANSYS, ABAKUS.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам семинаров, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на практических занятиях;
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Контроль за работой студента осуществляется в результате индивидуальных собеседований, консультаций, участия в экспериментах (при возможности).

Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо осваивать компьютерные методы численного моделирования.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Техническая физика
профиль подготовки:	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра космических летательных аппаратов
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: Д.В. Корнев

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-2 Способен демонстрировать и использовать углубленные теоретические и практические знания фундаментальных и прикладных наук, в том числе технической физики	ОПК-2.1 Обладает фундаментальными и прикладными знаниями в профильной области технической физики
	ОПК-2.2 Способен обобщать и критически оценивать опыт и результаты научных исследований в области профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Понимает междисциплинарные связи в области технической физики и способен их применять при решении практических задач
ОПК-5 Способен осваивать и применять современные физико-математические методы и методы искусственного интеллекта для решения профессиональных задач, составлять практические рекомендации по использованию полученных результатов	ОПК-5.1 Владеет современными расчетно-теоретическими методами, методами компьютерного моделирования и средами разработки программного обеспечения, применяемыми при решении задач в своей профессиональной области
	ОПК-5.2 Владеет аналитическими и вычислительными методами решения, способен обосновать эффективность выбранного метода
	ОПК-5.3 Знает принципы составления и правила оформления научно-технической документации

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Метод конечных элементов в задачах прочности» обучающийся должен:

знать:

- основные теоремы и соотношения метода конечных элементов;
- постановку и способы решения основных задач, возникающих при отработке прочности конструкций КЛА;
- основы использования наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения.

уметь:

- самостоятельно применять конечно-элементную технологию для решения дифференциальных уравнений математической физики;
- использовать конечно-элементную программу общего назначения для решения небольших модельных задач;
- Модифицировать программу для реализации простейших дополнительных возможностей;
- пользоваться своими знаниями для решения фундаментальных и прикладных задач отработки прочности конструкций КЛА;
- эффективно использовать информационные технологии и компьютерную технику для достижения необходимых теоретических и прикладных результатов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- навыком использования одной из наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения;
- навыками грамотной обработки результатов расчётов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Текущий контроль осуществляется в форме контрольных и самостоятельных работ в письменной форме по каждой теме.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ, а также индивидуальных консультаций.

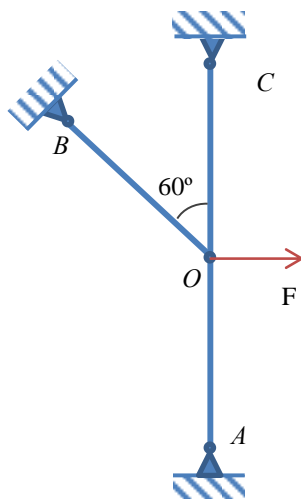
Аттестация по дисциплине осуществляется в форме дифференцированного зачёта.

Примеры вариантов задач для зачётной контрольной работы:

ВАРИАНТ №1

1. Условие задачи:

Длина стержней 1 м, $E=1 \times 10^{11}$ Па, $\nu=0,3$, $F=1$ Н, $S_{\text{сеч}}=0,0001$ м²



Найти перемещение точки O , силы в точках A , B , C .

Решить задачу аналитически с помощью матричного метода расчёта стержневых систем. Подробно расписать решение.

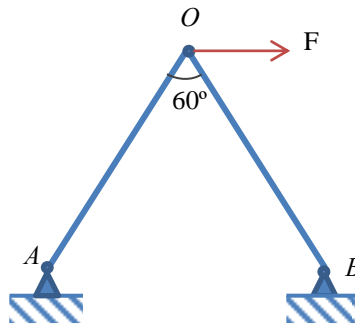
Решить задачу численно с использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) (двумерная постановка, элементы, работающие только на сжатие-растяжение, 1 элемент на стержень).

- 2 С использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) решить следующую задачу численно: Смоделировать квадратную пластинку с размерами $1\text{ м} \times 1\text{ м}$, толщиной 1 мм, с круговым отверстием диаметром 0.1 м посередине, изготовленную из алюминиевого сплава с характеристиками $E = 7 \times 10^{10}$ Па, $\nu = 0.33$. Построить график концентрации напряжений от характерного размера конечного элемента.

ВАРИАНТ №2

1. Условие задачи:

Длина стержней 1 м, $E=1 \times 10^{11}$ Па, $\nu=0,3$, $F=1$ Н, $S_{\text{сеч}}=0,0001$ м²



Найти перемещение точки O, силы в точках A и B.

Решить задачу аналитически с помощью матричного метода расчёта стержневых систем. Подробно расписать решение.

Решить задачу численно с использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) (двумерная постановка, элементы, работающие только на сжатие-растяжение, 1 элемент на стержень).

2. С использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) решить следующую задачу численно:

Смоделировать растяжение стального цилиндрического образца постоянной силой в течение 1000 суток.



Диаметр цилиндрического образца составляет 10 мм, длина 100 мм. Один конец образца жестко заделан, к другому концу прикладывается растягивающее усилие величиной 8000 Н. Деформация ползучести стали подчиняется закону *time hardening power law*.

Свойства используемой стали (в системе единиц «миллиметровая СИ»):

$E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0.3$.

Характеристики ползучести:

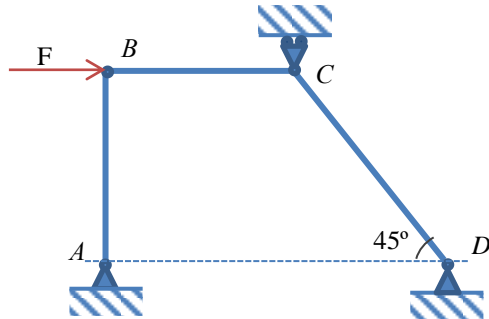
$k = 3.125 \cdot 10^{-14} (\text{МПа})^{n/\text{час}}$ (*Power Law Multiplier*), $n = 5$ (*EqStressOrder*), $m = -0.5$ (*TimeOrder*).

Построить график зависимости перемещения свободного конца балки от времени.

ВАРИАНТ №3

1. Условие задачи:

Длина стержней (AB и BC) 1 м, $E=1 \times 10^{11}$ Па, $\nu=0,3$, $F=1$ Н, $S_{сеч}=0,0001$ м²



Найти перемещение точки B , силы в точках A , C , D .

Решить задачу аналитически с помощью матричного метода расчёта стержневых систем. Подробно расписать решение. Решить задачу численно с использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) (двумерная постановка, элементы, работающие только на сжатие-растяжение, 1 элемент на стержень).

2. С использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) решить следующую задачу численно:

Смоделировать последовательное растяжение-сжатие балки с упруго-пластическим материалом с кинематическим упрочнением, заделанную с одного конца и нагружаемую переменной продольной силой величиной 2500 Н с другого конца.

Геометрия балки: длина – 1 м, сечение – 0.04 м × 0.04 м.

Материал балки – алюминиевый сплав со следующими механическими свойствами: $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.33$.

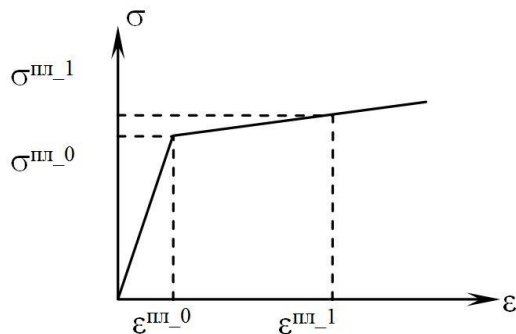


Диаграмма растяжения с линейным упрочнением (Рис.79):

$$\sigma_{пл_0} = 1.4 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

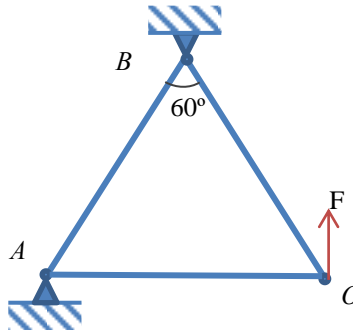
$$\sigma_{пл_1} = 3.07 \cdot 10^8 \text{ Па}, \quad \epsilon_{пл_1} = 0.053884$$

Построить график зависимости перемещения свободного конца балки от времени.

ВАРИАНТ №4

1. Условие задачи:

Длина стержней 1 м, $E=1 \times 10^{11}$ Па, $\nu=0,3$, $F=1$ Н, $S_{\text{сеч}}=1 \times 10^{-4}$ м²



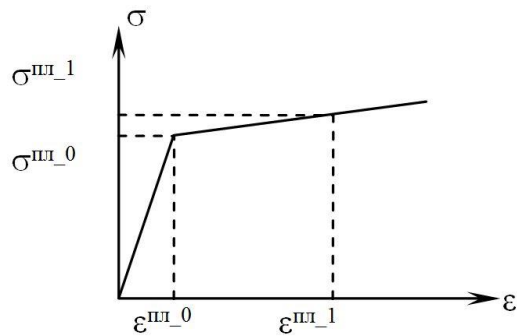
Найти перемещение точки О, силы в точках А, В.

Решить задачу аналитически с помощью матричного метода расчёта стержневых систем. Подробно расписать решение. Решить задачу численно с использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) (двумерная постановка, элементы, работающие только на сжатие-растяжение, 1 элемент на стержень).

2. С использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) решить следующую задачу численно: Смоделировать последовательное растяжение-сжатие балки с упруго-пластическим материалом с изотропным упрочнением, заделанную с одного конца и нагружаемую переменной продольной силой величиной 2500 Н с другого конца.

Геометрия балки: длина – 1 м, сечение – 0.04 м × 0.04 м.

Материал балки – алюминиевый сплав со следующими механическими свойствами: $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па, $\nu = 0.33$.



3.

Диаграмма растяжения с линейным упрочнением (Рис.79):

$$\sigma_{\text{пл}_0} = 1.4 \cdot 10^8 \text{ Па}$$

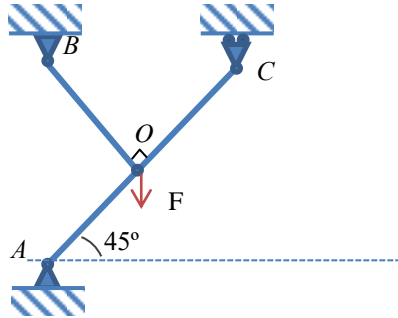
$$\sigma_{\text{пл}_1} = 3.07 \cdot 10^8 \text{ Па}, \quad \epsilon_{\text{пл}_1} = 0.053884$$

Построить график зависимости перемещения свободного конца балки от времени.

ВАРИАНТ №5

1. Условие задачи:

Длина стержней OA , OB , OC – 1 м, $E=1 \times 10^{11}$ Па, $\nu=0,3$, $F=1$ Н, $S_{\text{сеч}}=1 \times 10^{-4}$ м²



Найти перемещение точки O и C , силы в точках A , B и C .

Решить задачу аналитически с помощью матричного метода расчёта стержневых систем. Подробно расписать решение. Решить задачу численно с использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) (двумерная постановка, элементы, работающие только на сжатие-растяжение, 1 элемент на стержень).

2. С использованием наиболее распространённых конечно-элементных программ общего назначения (Abaqus, Nastran) решить численно задачу изгиба консольно закреплённой упругой балки прямоугольного сечения под действием сосредоточенной перерезающей силы на конце. Получить решение этой задачи тремя разными способами:

- методом конечных элементов с использованием балочных элементов;
- методом конечных элементов с использованием объёмных (*Solid*) элементов.



Решим задачу со следующими параметрами:

Длина балки – 1 м.

Сечение балки – прямоугольное с размерами 10 мм × 15 мм.

Материал балки – $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, $\nu = 0.3$.

Балка консольно закреплена на одном конце, на другом конце приложена срезающая сила – 10 Н.

Предоставить результаты численного решения (максимальные напряжения в балке и максимальные прогибы) в виде таблицы. Сравнить решения, полученные разными способами.

4. Критерии оценивания

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, правильно решившему обе задачи билета, а также показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при объяснении решения и ответах на вопросы по программе дисциплины;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, правильно решившему обе задачи билета, а также показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при объяснении решения и ответах на вопросы по программе дисциплины;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, правильно решившему обе задачи билета, а также показавшему систематизированные знания учебной программы дисциплины при объяснении решения и ответах на вопросы по программе дисциплины;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, правильно решившему первую задачу билета, а также показавшему твердые знания программы учебной дисциплины, грамотно и по существу объясняет решение задачи, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, правильно решившему первую задачу билета, а также показавшему твердые знания программы учебной дисциплины, грамотно и по существу объясняет решение задачи, но допускает в ответе или в решении задач много неточностей;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, правильно решившему первую задачу билета, а также показавшему твердые знания программы учебной дисциплины, грамотно и по существу объясняет решение задачи, не допускает в ответе или в решении задач грубых ошибок;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, правильно решившему вторую задачу билета, а также если при разъяснении решения задачи и при ответах на вопросы по программе дисциплины он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, правильно решившему вторую задачу билета, а также если при разъяснении решения задачи и при ответах на вопросы по программе дисциплины он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту, если он не смог правильно решить не одной задачи билета, а также если при разъяснении решения задачи и при ответах на вопросы по программе дисциплины он показал, что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения дифференцированного зачета при подготовке ответов на билеты обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, конспектами семинаров и любой другой литературой.

