

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Директор физтех-школы
аэрокосмических технологий
С.С. Негодяев

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Численные методы решения уравнений теплопроводности
по направлению:	Техническая физика
профиль подготовки:	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра космических летательных аппаратов
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Дифференцированный зачет
- 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

- лекции: 0 час.
- семинары: 60 час.
- лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: М.С. Серебряков, заместитель заведующего кафедрой

Программа обсуждена на заседании кафедры космических летательных аппаратов 02.06.2023

Аннотация

Курс "Численные методы в газовой динамике" относится к вариативной части образовательной программы, изучается на 5 курсе.

Изучение данной дисциплины опирается на знания, полученные в процессе освоения дисциплины "Введение в механику сплошных сред", "Уравнения математической физики", "Вычислительная математика", "Газовая динамика".

Изучение учебной дисциплины направлено на формирование базовых знаний основных численных методов газовой динамики, выработку у них навыков анализа численных схем различных типов, умения ставить и решать задачи газовой динамики с применением современных численных подходов.

Содержание курса основывается на системных знаниях, полученных в ходе изучения следующих тем:

Введение в численные методы газовой динамики.

Численные методы решения ОДУ.

Численные методы решения параболических уравнений.

Численные методы решения эллиптических уравнений.

Численные методы решения гиперболических уравнений.

По завершению курса студенты овладеют навыками культуры постановки и моделирования физических задач, практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач, освоения большого объема информации и самостоятельной работы.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- обеспечить освоение студентами основных численных методов газовой динамики, выработку у них навыков анализа численных схем различных типов, умения ставить и решать задачи газовой динамики с применением современных численных подходов.

Задачи дисциплины

- изучение студентами математических моделей основных задач газовой динамики;
- изучение точных методов расчета уравнений невязкого и вязкого течений газов, уравнений пограничного слоя, уравнения теплопроводности и потенциала.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ПК-1 Способен критически анализировать современные проблемы технической физики, ставить задачи и разрабатывать программу исследования, выбирать адекватные способы и методы решения экспериментальных и теоретических задач, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в области технической физики
	ПК-1.2 Способен ставить задачи в области профессиональной деятельности, предлагать пути их решения
	ПК-1.3 Способен разрабатывать и применять наиболее подходящие теоретические и экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

результаты	ПК-1.4 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-2 Способен самостоятельно выполнять физико-технические научные исследования для оптимизации параметров объектов и процессов с использованием стандартных и специально разработанных инструментальных и программных средств	ПК-2.1 Владеет современными физико-техническими методами теоретического и экспериментального исследования
	ПК-2.2 Применяет методы математического анализа и строит математические модели для решения задач оптимизации
	ПК-2.3 Способен самостоятельно планировать и проводить испытания на расчетно-теоретических моделях или экспериментальном оборудовании с применением стандартных и специально разработанных инструментальных и (или) программных средств

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основы численного моделирования различных газодинамических течений;
- особенности численного моделирования параболических, эллиптических и гиперболических задач;
- современные математические модели для решения задач обтекания тел вязким и невязким газом, задачи распространения тепла в средах;
- способы разработки различных математических моделей для анализа течений газов;
- методы исследования разностных схем на аппроксимацию и устойчивость, методы построения расчётных сеток, методы решения стационарных и нестационарных задач;
- методы проведения численного моделирования течений жидкости, газов и плазмы.

уметь:

- выбирать адекватные численные методы для проведения численного моделирования различных течений газов – сверхзвуковых, дозвуковых и несжимаемых, ламинарных или турбулентных;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения газодинамических задач на ЭВМ, в том числе с параллельной архитектурой;
- рассчитывать параметры газодинамических течений с использованием собственных или коммерческих программ, определять действующие на поверхность ЛА силы, моменты и тепловые потоки;
- проводить верификацию и валидацию программных кодов;
- самостоятельно работать с учебной, справочной литературой и пакетами прикладных программ при проведении расчетов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Введение в численные методы газовой динамики.		6		5

2	Численные методы решения ОДУ.		6		4
3	Численные методы решения параболических уравнений.		10		3
4	Численные методы решения эллиптических уравнений.		8		3
5	Численные методы решения гиперболических уравнений.		30		60
Итого часов			60		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Введение в численные методы газовой динамики.

Задачи численного моделирования в газовой динамике. Примеры применения ЧМГД. Экспериментальный, теоретический и численные подходы. Основные достоинства ЧМ. Использование коммерческих кодов ЧМГД.

Математическая модель газовой динамики. Генерация сеток. Пространственно-временная дискретизация. Линеаризация уравнений. Методы обработки данных. Классификация ошибок численных методов. Методы верификации программных кодов.

Методы дискретизации. Метод конечных разностей. Метод конечных элементов. Метод конечных объемов. Спектральные и псевдо-спектральные методы, методы Петрова-Галеркина, метод ортогональных коллокаций, метод полос.

Качественные свойства численных методов – консервативность, причинность, обратимость, положительность, точность, сходимость, аппроксимация и устойчивость.

2. Численные методы решения ОДУ.

Обыкновенные дифференциальные уравнения в газовой динамике. Численные методы для задачи Коши и краевой задачи. Явные и неявные схемы. Устойчивость численных схем для решения ОДУ. Жёсткие системы ОДУ и методы их решения. Многошаговые схемы - Адамса-Бешфорта и Адамса-Моултона. Явные и неявные схемы Рунге-Кутты. Пример – Численное решение задачи Коши для уравнения релаксации.

3. Численные методы решения параболических уравнений.

Параболические уравнения в газовой динамике. Маршевый алгоритм. Условия параболизации уравнений Навье-Стокса. Уравнение теплопроводности и его математические свойства. Дискретный принцип максимума. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности. Пример – Численное моделирование одномерной теплопроводности. Схема Кранка-Николсона. Схема Лаасонена. Схема Дюфорта-Франкела. Конечноэлементные методы решения уравнения теплопроводности. Устойчивость численных схем для начально-краевой задачи. Методы Фурье и Неймана анализа устойчивости. Множитель и матрица перехода. Нормы матрицы перехода. Нелинейное уравнение теплопроводности. Многомерное уравнение теплопроводности.

Решение систем линейных уравнений. Прямые методы, метод Гаусса. Трехдиагональный скалярный и блочный алгоритмы. Методы разреженных матриц.

4. Численные методы решения эллиптических уравнений.

Эллиптические уравнения в газовой динамике. Уравнения потенциального течения. Уравнения для коррекции давления течений несжимаемой жидкости. Стационарные дозвуковые течения вязкого газа. Итерационные методы. Методы Якоби, Гаусса-Зейделя, последовательной верхней релаксации. Методы расщепления, линейный метод Гаусса-Зейделя и сильно неявная процедура. Метод взвешенных невязок. LU- расщепление и алгоритм Холецкого. Чебышевское ускорение. Подпространства Крылова и проекционные методы. Многосеточные методы и прекондиция. Сглаживающий оператор и его спектральные свойства.

Семестр: 2 (Весенний)

5. Численные методы решения гиперболических уравнений.

Свойства гиперболических систем уравнений. Характеристики. Левые и правые собственные вектора. Диагонализация и преобразование подобия. Условия совместности вдоль характеристик. Инварианты Римана. Уравнение переноса и волновое уравнение. Невязкое уравнение Бюргерса. Уравнения акустики. Одномерные уравнения газовой динамики.

Численно моделирование скалярного уравнения переноса. Численная диссипация и дисперсия. Фазовая и групповая скорости. Характеристические свойства уравнений переноса. Области влияния и зависимости.

Нелинейные гиперболические уравнения. Численное решение уравнения Бюргерса. Понятие обобщенного решения. Существование и единственность решений уравнения Бюргерса. Слабая форма уравнений. Соотношения Ренкина-Гюгонио на разрывах.

Гиперболические уравнения в форме законов сохранения. Вектор потока. Транспортное уравнение и уравнение Бакли-Левретта. Энтропийное условие.

Задача Римана для линейной системы гиперболических уравнений.

Системы нелинейных гиперболических уравнений. Характеристическое поле. Линейно вырожденное и истинно нелинейное поле. Классификация разрывов.

Уравнения Эйлера одномерной газодинамики. Якобиан вектора потока. Правые и левые собственные вектора якобиана. Характеристические соотношения. Распад произвольного разрыва. Соотношения на контактном разрыве, волне разряжения и ударной волне. Ударная адиабата.

Численные схемы решения гиперболических уравнений. Схемы с разностями по и против потока. Центральная-разностная схема. Условие Куранта-Фридрихса-Леви. Устойчивость численных схем для гиперболических уравнений. Метод модифицированного уравнения. Схема Лакса. Неявная схема Эйлера. Схема Лакса-Вендрофа. Двухшаговые схемы. Метод МакКормака. Схема Бима-Уорминга. Неявная схема Кранка-Николсона. Схема Русанова. Схема Уорминга-Катлера-Ломакса. Схемы Рунге-Кутты.

Схемы с разностями против потока. Схема Годунова. Расщепление потоков и расщепление разности потоков. Схемы Стигера-Уорминга и ВанЛири. AUSM схема. Кинетические схемы расщепления. Схема Ошера. Схема Роу. Схема Хартена-Лакса-ВанЛири и ее модификации.

Схемы с центральными разностями для уравнений Эйлера. Сглаживание и искусственная диссипация. Схема Джеймисона и Нессияху-Тедмора.

Методы повышения порядка для схем против потока. Полная вариация сеточной функции. TVD – схемы и лимитеры. ENO аппроксимация. WENO алгоритмы. Компактные разностные схемы.

Постановка граничных условий для уравнений газовой динамики. Устойчивость граничных условий. Граничные условия на стенке. Постановка граничных условий на входных и выходных границах. Свободные границы. Радиационные и поглощающие граничные условия.

Построение сеток. Алгебраические методы. Дифференциальные методы – эллиптические, параболические и гиперболические генераторы. Метод конформных отображений. Регулярные сетки. Многозонные сетки. Перекрывающиеся сетки. Неструктурированные сетки. Триангуляция Делоне и полигоны Вороного. Фронтальный метод.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Необходимое оборудование для проведения семинаров: учебная аудитория, компьютер и мультимедийное оборудование (проектор, интерактивная доска).

6.Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Конвективный теплообмен летательных аппаратов. Власов В.И., Горшков А.Б., Залогин Г.Н., Землянский Б.А., Ковалёв Р.В., Лунёв В.В., Мурзинов И.Н. под ред. Землянского Б.А. Из-во ФИЗМАТЛИТ. 2014 г.
2. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, 3rd edition, E.Toro, Springer, 2008
3. Numerical Computation of Internal and External Flows. v1, 2nd edition, Hirsch C., Hirsch C. Elsevier, 2007
4. Elements of numerical methods for compressible flows. Cambridge Aerospace series, Knight D. Cambridge University Press, 2006
5. Applied computational fluid dynamics techniques, 2nd ed, Lohner R., John Wiley & Sons, 2008
6. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов : Введение в теорию обратных задач теплообмена [Текст]/О. М. Алифанов, -М., Машиностроение, 1979

Дополнительная литература

1. Разностные схемы: введение в теорию. Годунов С.К., Рябенский В.С.. М:Наука, 1977
2. Вычислительные методы в динамике жидкости» Флетчер К. в 2-х томах. М:Мир.1991
3. Вычислительная гидродинамика и теплообмен.Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. в 2-х томах. М:Мир.1990
4. Численное моделирование реагирующих потоков.Оран Э., Борис Дж. М:Мир.1990
5. Линейные и нелинейные волны.Уизем Дж. М: Мир, 1977, 622 с.
6. Линейные и нелинейные волны в диспергирующих сплошных средах [Текст], [монография]/А. Г. Багдоев, В. И. Ерофеев, А. В. Шекоян, -М., Физматлит, 2009
7. Вычислительная математика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. — 3-е изд., стереотип. — СПб. : Лань, 2009. — 368 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
2. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
3. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).; пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office: Word, Excel, PowerPoint, Windows Media Player.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на семинарах;
- подготовку к контрольным, самостоятельным работам и тестам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в результате анализа итогов контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также индивидуальных консультаций. Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Техническая физика
профиль подготовки:	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра космических летательных аппаратов
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 1 (осенний) - Дифференцированный зачет
- 2 (весенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: М.С. Серебряков, заместитель заведующего кафедрой

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
ПК-1 Способен критически анализировать современные проблемы технической физики, ставить задачи и разрабатывать программу исследования, выбирать адекватные способы и методы решения экспериментальных и теоретических задач, интерпретировать, представлять и применять полученные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в области технической физики
	ПК-1.2 Способен ставить задачи в области профессиональной деятельности, предлагать пути их решения
	ПК-1.3 Способен разрабатывать и применять наиболее подходящие теоретические и экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
	ПК-1.4 Способен проводить апробацию результатов научно-исследовательской работы посредством публикации научных статей и участия в конференциях
ПК-2 Способен самостоятельно выполнять физико-технические научные исследования для оптимизации параметров объектов и процессов с использованием стандартных и специально разработанных инструментальных и программных средств	ПК-2.1 Владеет современными физико-техническими методами теоретического и экспериментального исследования
	ПК-2.2 Применяет методы математического анализа и строит математические модели для решения задач оптимизации
	ПК-2.3 Способен самостоятельно планировать и проводить испытания на расчетно-теоретических моделях или экспериментальном оборудовании с применением стандартных и специально разработанных инструментальных и (или) программных средств

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Численные методы решения уравнений теплопроводности» обучающийся должен:

знать:

- основы численного моделирования различных газодинамических течений;
- особенности численного моделирования параболических, эллиптических и гиперболических задач;
- современные математические модели для решения задач обтекания тел вязким и невязким газом, задачи распространения тепла в средах;
- способы разработки различных математических моделей для анализа течений газов;
- методы исследования разностных схем на аппроксимацию и устойчивость, методы построения расчётных сеток, методы решения стационарных и нестационарных задач;
- методы проведения численного моделирования течений жидкости, газов и плазмы.

уметь:

- выбирать адекватные численные методы для проведения численного моделирования различных течений газов – сверхзвуковых, дозвуковых и несжимаемых, ламинарных или турбулентных;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения газодинамических задач на ЭВМ, в том числе с параллельной архитектурой;
- рассчитывать параметры газодинамических течений с использованием собственных или коммерческих программ, определять действующие на поверхность ЛА силы, моменты и тепловые потоки;
- проводить верификацию и валидацию программных кодов;
- самостоятельно работать с учебной, справочной литературой и пакетами прикладных программ при проведении расчетов.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации;
- навыками самостоятельной работы;
- культурой постановки и моделирования физических задач;
- практикой исследования и решения теоретических и прикладных задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль осуществляется в форме контрольных/самостоятельных работ или тестов в письменной форме по каждой теме. Каждое задание в контрольных самостоятельных и тестовых работах оценивается определенным количеством баллов в конце условия каждого задания. По итогам набранных баллов выставляется оценка.

Контрольная работа №1 по теме «Численные методы решения параболических уравнений»

Вариант 1

1. Классификация ошибок численных методов. Методы верификации программных кодов. (2)
2. Методы дискретизации. Метод конечных разностей. (2)
3. Качественные свойства численных методов – консервативность, причинность, обратимость, положительность, точность, сходимость, аппроксимация и устойчивость (2)
4. Найти коэффициенты в аппроксимации $(u_x)_i = (a \cdot u_{i-2} + b \cdot u_{i-1} + c \cdot u_i + d \cdot u_{i+1})/\Delta x + O(\Delta x^3)$ (4)
5. Вывести формулу для второй производной $(u_{xx})_i$ на сетке с $\Delta x = \text{const}$ на пятиточечном шаблоне (5)

Вариант 2

1. Математическая модель газовой динамики. (2)
2. Методы дискретизации. Метод конечных элементов. (3)
3. Методы Фурье анализа устойчивости. (2)
4. Найти коэффициенты в аппроксимации $(u_x)_i = (a \cdot u_{i-2} + b \cdot u_{i-1} + c \cdot u_i)/\Delta x + O(\Delta x^2)$ (4)
5. Вывести формулу для третьей производной $(u_{xxx})_i$ на сетке с $\Delta x = \text{const}$ (4)

Вариант 3

1. Типы сеток. Пространственно-временная дискретизация. (2)
2. Методы дискретизации. Метод конечных объемов. (2)
3. Методы Неймана анализа устойчивости. Множитель и матрица перехода. (3)
4. Вывести формулу для $(u_{xx})_i = (a \cdot u_{i-1} + b \cdot u_i + c \cdot u_{i+1})$ на сетке с переменным шагом по x и оценить её точность. (4)
5. Вывести формулу для второй производной $(u_{xx})_i$ на 5-точечном шаблоне ($\Delta x = \text{const}$). (4)

Контрольная работа №2 по теме «Численные методы решения ОДУ»

Вариант 1

1. Устойчивость задачи Коши для уравнения релаксации (1).
2. Приведите пример жесткого ОДУ. (2)
3. Решите систему $y_1' = -y_2$; $y_2' = y_1$; $y_1(0) = 1$; $y_2(0) = 1$ явным методом Эйлера с шагом $\Delta x = \pi/6$ при $0 \leq x \leq 1$ и сравните с точным решением. (3)
4. Найдите регулярное асимптотическое разложение для уравнения Вард-Поля $y'' + \varepsilon(y^2 - 1)y' + y = 0$ при малых ε (4)
5. Найдите условия, при которых двухшаговый метод Рунге-Кутты имеет второй порядок, и определите все такие методы. (5)

Вариант 2

1. Решение краевой задачи для ОДУ.
2. Является ли уравнение $y' = -50(y - \cos x)$ жестким и почему?
3. Решите систему $y_1' = -y_2$; $y_2' = y_1$; $y_1(0) = 1$; $y_2(0) = 1$ неявным методом Эйлера с шагом $\Delta x = \pi/6$ при $0 \leq x \leq 1$ и сравните с точным решением.
4. Найдите предельное решение для уравнения Вар-дер-Поля $y'' + \varepsilon(y^2 - 1)y' + y = 0$ при больших ε
5. Найдите все трехшаговые явные методы Рунге-Кутты третьего порядка.

Вариант 3

1. Прямые методы и трехдиагональный скалярный алгоритм.
2. Предложите алгоритм адаптивного контроля жёсткости при численном решении ОДУ.
3. Решите систему $y_1' = -y_2$; $y_2' = y_1$; $y_1(0) = 1$; $y_2(0) = 1$ методом Пикара с шагом $\Delta x = \pi/6$ при $0 \leq x \leq 1$ и сравните с точным решением.
4. Показать существование предельного цикла для уравнения Вар-дер-Поля $y'' + \varepsilon(y^2 - 1)y' + y = 0$
5. Постройте произвольный четырёхшаговый явный метод РК 4го порядка.

Контрольная работа №3 по теме «Численные методы решения параболических уравнений»

Вариант 1

1. Параболические уравнения в газовой динамике. (2)
2. Схема Кранка-Николсона. (2)
3. Устойчивость численных схем для начально-краевой задачи (2)
4. Исследовать устойчивость схемы для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = a \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$ (4)
5. Исследовать аппроксимацию неявной схемы для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = a \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2}$ (5)

Вариант 2

1. Условия параболизации уравнений Навье-Стокса. (2)
2. Схема Лаасонена. (2)
3. Методы Фурье и Неймана анализа устойчивости для одномерного уравнения теплопроводности. (2)
4. Исследовать аппроксимацию явной схемы для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = a \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$ (4)
5. Исследовать устойчивость схемы Дюфорта-Франкела для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^{n-1}}{2\tau} = a \frac{u_{i+1}^n - u_i^{n+1} - u_i^{n-1} + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$ (5)

Вариант 3

1. Дискретный принцип максимума. (2)
2. Схема Дюфорта-Франкела. (2)
3. Множитель и матрица перехода. Нормы матрицы перехода. (2)
4. Исследовать устойчивость неявной схемы для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} = a \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2}$ (5)
5. Исследовать аппроксимацию схемы Дюфорта-Франкела для уравнения теплопроводности: $\frac{u_i^{n+1} - u_i^{n-1}}{2\tau} = a \frac{u_{i+1}^n - u_i^{n+1} - u_i^{n-1} + u_{i-1}^n}{\Delta x^2}$ (4)

Тест № 1 по теме «Численные методы решения эллиптических уравнений»

1. Какие из этих газодинамических уравнений являются эллиптическими (1) ?

- а) Уравнение потенциала, уравнения ползущего движения, стационарные сверхзвуковые уравнения Эйлера, уравнения для коррекции давления.
- б) Уравнение потенциала, уравнения ползущего движения, уравнения пограничного слоя, уравнения для коррекции давления.
- в) Уравнение потенциала, уравнения ползущего движения, стационарные дозвуковые уравнения Эйлера, уравнения для коррекции давления

2. Во сколько раз отличаются скорости сходимости методов Якоби и Гаусса-Зейделя (1)?

- а) Одинаковы
- б) Метод Гаусса сходится вдвое быстрее.
- в) метод Гаусса сходится в $\pi/2$ раз быстрее.

3. Как количество операций для прямого метода исключения Гаусса для линейной системы уравнений зависит от числа сеточных узлов N (1)?

- а) $\sim N^2$
- б) $\sim N^3$
- в) $\sim N^2 \ln N$

4. Как выражается L_2 норма матрицы A (1)?

- а) $\max_{j=1, \dots, N} \sum_{i=1}^N |a_{ij}|$
- б) $\max_{i=1, \dots, N} \sum_{j=1}^N |a_{ij}|$
- в). $\sqrt{\rho(AA^H)}$

5. Пусть G - матрица итерационного процесса. При каких условиях сходятся итерации (2) ?

- а) $\rho(G) < 1$
- б) $\rho(G) \leq 1$
- в) $\rho(G) < 1$ и матрица G строго диагонально преобладающая.

6. Пусть максимальное собственное значение итерационной матрицы G $\lambda = 0.9$ и размер соответствующего жорданова блока $p=1$, во сколько раз уменьшится ошибка итерационного метода за 5 итераций? (2)

- а) в 1.881 раз
- б) в 1.694 раза
- в) в 1.524 раза.

7. Какие условия необходимы и достаточны для сходимости метода сопряженных градиентов для линейной системы $Ax = b$ (1)

- а) A симметричная
- б) A положительно определённая
- в) A симметричная и положительно определённая

8. Для линейной системы $Ax = b$, матрица A имеет вид $A = \begin{pmatrix} I & Y \\ 0 & I \end{pmatrix}$, $\dim(A)=N$,

$\dim(Y) = N/2$. Каково максимальное число итераций GMRES алгоритма требуется для сходимости итерационного процесса? (3)

- а) N
- б) $N/2$
- в) $N/2 + 1$

9. Пусть метод GMRES используется для решения линейной системы с симметричной положительно определённой матрицей. Приведёт ли это к увеличению скорости сходимости метода по сравнению с общим случаем? (3)

- а) скорость сходимости увеличится

- б) скорость сходимости уменьшится
 в) скорость сходимости останется неизменной.
10. В многосеточном методе 1 на всех промежуточных сетках используется 10 сглаживающих итераций Якоби, в методе 2 – 5 итераций Гаусса-Зайделя. Какой метод сделает меньшее число многосеточных циклов по достижению заданного критерия сходимости итераций? (4)
- а) 1
 б) 2
 в) количество циклов будет равным

Контрольная работа №4 по теме «Численные методы решения гиперболических уравнений»

Вариант 1

1. Условия гиперболичности системы уравнений (3).
2. Получите якобиан, собственные значения и правые собственные вектора одномерных уравнений акустики (3).
3. Области влияния и зависимости задачи Коши для гиперболической системы (1)
4. Понятие обобщенного решения. (2)
5. Неединственность обобщенных решений нелинейных гиперболических уравнений (2)
6. Предельная теорема Рождественского-Яненко об обобщенных решениях квазилинейных гиперболических систем (2)
7. Задача Римана для линейной системы (3)

Вариант 2

1. Правые и левые собственные вектора (1).
2. Получите якобиан и собственные значения одномерных уравнений Эйлера совершенного газа (3).
3. Характеристики уравнения переноса (1)
4. Существование и единственность решений уравнения Бюргерса. (2)
5. Энтропийное условие (2)
6. Условие Лакса (2)
7. Нелинейные гиперболические системы. Вырожденные и истинно нелинейные поля. (3)

Вариант 3

1. Преобразования подобия гиперболической системы уравнений (1).
2. Получите якобиан одномерных уравнений Эйлера для газа с уравнением состояния $P = P(\rho, \epsilon)$ (3).
3. Характеристики невязкого уравнения Бюргерса (1)
4. Условия Ренкина-Гюгонио для слабых решений нелинейных гиперболических уравнений. (2)
5. Условие устойчивости скачков (2)
6. Диагонализация линейной гиперболической системы (2)
7. Классификация разрывов для нелинейной гиперболической системы (3)

Критерий оценивания

Контрольная работа №1 по теме «Численные методы решения параболических уравнений»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 14 баллов
отлично (9)	13
отлично (8)	12
хорошо (7)	11

хорошо (6)	от 9 до 10 включительно
хорошо (5)	от 7 до 8 включительно
удовлетворительно (4)	6
удовлетворительно (3)	5
неудовлетворительно (2)	4
неудовлетворительно (1)	не более 3

Контрольная работа №2 по теме «Численные методы решения ОДУ»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 14 баллов
отлично (9)	13
отлично (8)	12
хорошо (7)	11
хорошо (6)	от 9 до 10 включительно
хорошо (5)	от 7 до 8 включительно
удовлетворительно (4)	6
удовлетворительно (3)	5
неудовлетворительно (2)	4
неудовлетворительно (1)	не более 3

Контрольная работа №3 по теме «Численные методы решения параболических уравнений»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 14 баллов
отлично (9)	13
отлично (8)	12
хорошо (7)	11
хорошо (6)	от 9 до 10 включительно
хорошо (5)	от 7 до 8 включительно
удовлетворительно (4)	6
удовлетворительно (3)	5
неудовлетворительно (2)	4
неудовлетворительно (1)	не более 3

Тест № 1 по теме «Численные методы решения эллиптических уравнений»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	18-19
отлично (9)	16-17
отлично (8)	15
хорошо (7)	13-14
хорошо (6)	12
хорошо (5)	10-11
удовлетворительно (4)	8-9
удовлетворительно (3)	6-7
неудовлетворительно (2)	5
неудовлетворительно (1)	не более 4

Контрольная работа №4 по теме «Численные методы решения гиперболических уравнений»

Оценка	Набранные баллы
отлично (10)	более 14 баллов

отлично (9)	13
отлично (8)	12
хорошо (7)	11
хорошо (6)	от 9 до 10 включительно
хорошо (5)	от 7 до 8 включительно
удовлетворительно (4)	6
удовлетворительно (3)	5
неудовлетворительно (2)	4
неудовлетворительно (1)	не более 3

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Аттестация по дисциплине «Численные методы в газовой динамике» осуществляется в форме дифференцированного зачета в 9 семестре и в форме дифференцированного зачета в 10 семестре.

БИЛЕТ № 1

1. Свойства гиперболических систем уравнений.
2. Схемы с разностями по и против потока.

БИЛЕТ № 2

1. Характеристики. Левые и правые собственные вектора.
2. Центральнo-разностная схема.

БИЛЕТ № 3

1. Диагонализация и преобразование подобия.
2. Условие Куранта-Фридрихса-Леви.

БИЛЕТ № 4

1. Условия совместности вдоль характеристик.
2. . Схема Лакса.

БИЛЕТ № 5

1. Инварианты Римана.
2. Схема Лакса-Вендрофа.

БИЛЕТ № 6

1. Понятие обобщенного решения.
2. Метод МакКормака.

БИЛЕТ № 7

1. Существование и единственность решений уравнения Бюргерса.
2. Схема Бима-Уорминга.

БИЛЕТ № 8

1. Соотношения Ренкина-Гюгонио на разрывах.
2. Схема Русанова.

БИЛЕТ № 9

1. Задача Римана для линейной системы гиперболических уравнений.
2. Схема Уорминга-Катлера-Ломакса.

БИЛЕТ № 10

1. Характеристическое поле. Линейно вырожденное и истинно нелинейное поле.
2. Схема Годунова.

БИЛЕТ № 11

1. Классификация разрывов.
2. Схема Стигера-Уорминга.

БИЛЕТ № 12

1. Правые и левые собственные вектора якобиана невязких потоков.
2. Схема ВанЛира.

БИЛЕТ № 13

1. Распад произвольного разрыва.
2. AUSM схема.

БИЛЕТ № 14

1. Соотношения на контактном разрыве, волне разряжения и ударной волне.
2. Схема Ошера.

БИЛЕТ № 15

1. Ударная адиабата.
2. Схема Роу.

Критерии оценивания

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту по результатам контрольных,

самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета, он показал что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Порядок проведения контрольных работ/тестов:

Во время проведения контрольных работ/тестов обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, калькуляторами.

Дифференцированный зачет проводится путем организации специального опроса в устной форме, если результатом выполнения контрольной работы является оценка неудовлетворительно или оценка отсутствует по уважительной причине.

При проведении итогового устного дифференцированного зачёта обучающемуся предоставляется 30 минут на подготовку. Опрос обучающегося не должен превышать одного астрономического часа.