

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Проректор по учебной работе и  
довузовской подготовке**

**А.А. Воронов**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Методы оптимизации
<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Программная инженерия передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 30 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Программу составил: М.А. Демьянов, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики 20.05.2020

## Аннотация

Учебный курс «Методы оптимизации» направлен на ознакомление студентов с базовыми понятиями и результатами данной дисциплины. Слушатели смогут сформировать представление об основных разделах современной теории методов оптимизации. Особое внимание уделено методам решения задач и их применению. Также в программу дисциплины включены интересные исторические примеры задач оптимизации, такие как задача о брахистохроне, нахождение формы цепной линии, задача Ферма о траектории светового луча. После освоения аналитических подходов к решению оптимизационных задач, рассматриваются численные методы решения. В частности, помимо классических численных методов решения гладких задач, подробно рассматривается генетический алгоритм. Для успешного освоения курса необходимы базовые навыки решения обыкновенных дифференциальных уравнений и умение программировать математические расчеты (в любой удобной для студента среде программирования).

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- ознакомление слушателей с основами методов оптимизации и подготовка к изучению других математических курсов – нелинейных уравнений математической физики, теоретической физики, а также подготовка слушателей к дальнейшей самостоятельной работе в области применения методов оптимизации.

#### Задачи дисциплины

- ☐ освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) теории оптимизации;
- ☐ приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории оптимизации;
- ☐ приобретение навыков в применении методов оптимизации в физике и других естественнонаучных дисциплинах.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- ☐ фундаментальные понятия и законы теории оптимизации;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов теории оптимизации;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории оптимизации.

уметь:

- ☐ использовать свои знания для решения прикладных задач теории оптимизации;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач теории оптимизации, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;

владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин, умением пользоваться необходимой литературой для решения задач повышенной трудности (в вариативной части курса);
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования методов оптимизации;
- ☐ предметным языком теории оптимизации и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Элементарные задачи теории оптимизации	6			8
2	Конечномерные и бесконечномерные задачи оптимизации	12			6
3	Численные методы решения задач оптимизации	6			8
4	Выпуклая задача оптимизации	6			8
Итого часов		30			30
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

###### 1. Элементарные задачи теории оптимизации

Элементарная конечномерная задача, элементарная задача линейного программирования, задача Больца, элементарная задача оптимального управления. Необходимые условия для точки экстремума элементарной задачи теории оптимизации.

###### 2. Конечномерные и бесконечномерные задачи оптимизации

Принцип Лагранжа. Теорема Каруша-Джона. Задача Лагранжа. Принцип максимума Понтрягина.

###### 3. Численные методы решения задач оптимизации

Метод градиентного спуска. Метод наискорейшего спуска. Метод Ньютона. Метод штрафных функций. Генетический алгоритм.

#### 4. Выпуклая задача оптимизации

Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Таккера. Лапуновская задача. Теорема Куна-Таккера для лапуновской задачи.

### **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

### **6.Перечень рекомендуемой литературы**

#### Основная литература

Алексеев, В. М.

Оптимальное управление [Текст] : учебник для вузов / В. М. Алексеев, В. М. Тихомиров, С. В. Фомин .— М. : Физматлит, 2005 .— 384 с. - Электронная копия доступна на сайте электронно-библиотечной системы .— (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 368-374. - Предм. указ.: с. 379-384. - ISBN 5-9221-0589-2 (в пер.) .— URL: <https://e.lanbook.com/book/48177> (дата обращения: 29.12.2020). - Полный текст (Режим доступа : из сети МФТИ / Удаленный доступ).

Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Физматлит, 2011 .— Электрон. версия печ. публикации .— Полный текст (Доступ из сети МФТИ / Удаленный доступ).

#### Дополнительная литература

1. Методы оптимизации. Условия оптимальности в экстремальных задачах [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. Г. Бирюков ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т .— М. : МФТИ, 2010 .— 225 с.

### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<http://www.math.mipt.ru>

<http://books.mipt.ru>

<http://www.exponenta.ru>

### **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Приведены в ежегодно разрабатываемых домашних заданиях.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Информатика и вычислительная техника
<b>профиль подготовки:</b>	Программная инженерия передовая инженерная школа радиолокации, радионавигации и программной инженерии кафедра высшей математики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Экзамен	
<b>Разработчик:</b>	М.А. Демьянов, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-6 Способен управлять своим временем, выстраивать и реализовывать траекторию саморазвития на основе принципов образования в течение всей жизни	УК-6.2 Способен планировать самостоятельную деятельность в решении профессиональных задач; подвергать критическому анализу проделанную работу; находить и творчески использовать имеющийся опыт в соответствии с задачами саморазвития

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Методы оптимизации» обучающийся должен:

### знать:

- ☐ фундаментальные понятия и законы теории оптимизации;
- ☐ современные проблемы соответствующих разделов теории оптимизации;
- ☐ понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла;
- ☐ аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории оптимизации.

### уметь:

- ☐ использовать свои знания для решения прикладных задач теории оптимизации;
- ☐ самостоятельно находить алгоритмы решения задач теории оптимизации, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- ☐ самостоятельно видеть следствия полученных результатов;

### владеть:

- ☐ навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- ☐ навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин, умением пользоваться необходимой литературой для решения задач повышенной трудности (в вариативной части курса);
- ☐ культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования методов оптимизации;
- ☐ предметным языком теории оптимизации и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль на основе домашних заданий осуществляется в течении учебного семестра в сроки, установленные Учебным управлением, в соответствии с учебным планом.

Для сдачи задания студент обязан предоставить решение задачи домашнего задания в письменной форме, ответить на вопросы преподавателя и написать контрольную работу по заданию, по которой проверяются знание понятий и утверждений по темам сдаваемого задания и умению решать задачи.

Во время выполнения контрольной работы нельзя пользоваться помощью других лиц, вычислительной техники и мобильными телефонами.

## 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Элементарные задачи теории оптимизации.
2. Общая формулировка принципа Лагранжа.
3. Ограничения типа равенств и неравенств в конечномерной задаче оптимизации. Теорема Каруша-Джона. Геометрическая интерпретация теоремы и смысл множителей Лагранжа.
4. Простейшая задача вариационного исчисления, задача с подвижными концами, изопериметрическая задача. Смысл множителей Лагранжа.
5. Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.
6. Задача оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.
7. Численные методы конечномерной задачи безусловной оптимизации. Понятия о генетическом алгоритме и алгоритме роя частиц.
8. Метод штрафных функций для конечномерной задачи условной оптимизации.
9. Выпуклые множества. Свойства выпуклых множеств.
10. Теорема отделимости.
11. Выпуклые функции. Свойства выпуклых функций.
12. Выпуклая задача оптимизации, её свойства.
13. Теорема Куна-Таккера. Ляпуновская задача оптимального управления.
14. Теория двойственности.

Примеры экзаменационных билетов в прикрепленном файле Билеты МО.docx

#### Критерии оценивания

За ответ на контрольный вопрос студент получает от 0 до 4 баллов, за первое и второе задание – от 0 до 3 баллов в зависимости от полноты представленного ответа решения. Итоговая сумма и определяет оценку.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины. При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 1 час на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

## Примеры 2-х экзаменационных билетов

### Билет №1

Задача Лагранжа с голономными и неголономными связями.

Решить задачу оптимального управления:

$$\int_0^1 x(t) dt \longrightarrow \text{extr}, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

Свести к ляпуновской задаче и найти решение:

$$\int_0^1 t^2 \dot{x}^2 dt \longrightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1$$

### Билет №2

Выпуклые множества. Свойства выпуклых множеств.

Решить бесконечномерную задачу оптимизации:

$$T \longrightarrow \min, \quad |\ddot{x}| \leq 2, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(T) = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(T) = 3$$

Свести к ляпуновской задаче и найти решение:

$$\int_0^1 (x^2(t) + u^2) dt \longrightarrow \text{extr}, \quad \dot{x} = x + u(t), \quad x(1) = 1$$